Evaluación de errores de datos sismológicos y sus efectos sobre los parámetros y modelos derivados de éstos para una región determinada cubierta por la red del Observatorio Sismológico del SurOccidente - OSSO

Beatriz Elena Vera Lizcano

Universidad del Valle Facultad de Ingenierías Escuela de Ingeniería Industrial y Estadística Santiago de Cali 2003 Evaluación de errores de datos sismológicos y sus efectos sobre los parámetros y modelos derivados de éstos para una región determinada cubierta por la red del Observatorio Sismológico del SurOccidente - OSSO

Beatriz Elena Vera Lizcano

Trabajo de grado presentado como requisito parcial para optar al título de Estadística

> Director: Prof. HANSJÜRGEN MEYER MSc. Geofísica Asesor: Prof. JORGE MEJÍA MEJÍA PhD. Geofísica

Universidad del Valle Facultad de Ingenierías Escuela de Ingeniería Industrial y Estadística Santiago de Cali 2003

Nota de Aceptación:

Prof. Hansjürgen Meyer Director

Prof. Roberto Behar Jurado

Santiago de Cali, 21 de mayo de 2003

AGRADECIMIENTOS

Al prof. Hansjürgen Meyer, por su apoyo, sugerencias e interpretaciones para el desarrollo de este proyecto.

Al prof. Jorge Mejía, por su interés en aportar al conocimiento y avance de todo el grupo OSSO; por su tiempo dedicado a la revisión, corrección y discusión de todo el trabajo y por sus aportes e ideas para mejorarlo.

A Juan Benjumea, por su apoyo bibliográfico; su disponibilidad para el avance, la enseñanza y especialmente para el aprendizaje.

Al grupo de procesamiento e instrumentación del OSSO, quienes hacen posible el recurso mas importante de cualquier proyecto: los datos.

A los ingenieros del área de sistemas del OSSO, John Caicedo y Leonardo Bustamante.

En general a todo el grupo OSSO, quienes de una u otra forma aportan en el avance de la institución y a la conservación del grupo como tal.

Al grupo de profesores de la Escuela de Ingeniería Industrial y Estadística, quienes aportan sus conocimientos de la mejor manera posible para que los estudiantes logren sus metas. Especialmente al profesor Roberto Behar, quien no sólo enseña estadística sino que contagia su entusiasmo por esta área.

CONTENIDO

Re	Resumen			
Introducción				2
1.	Obje	etivos		
	1.1.	Objetiv	os Generales	5
	1.2.	Objetiv	vos Específicos	5
2.	Sism	ología:	conceptos, instrumentación y observación sismológica	6
	2.1.	Princip	ios de sismología	6
		2.1.1.	Reseña Histórica	6
		2.1.2.	La investigación sismológica	6
		2.1.3.	Mecánica de la Fuente sísmica	8
		2.1.4.	Foco Sísmico	9
	2.2.	Instrun	nentación sismológica	11
		2.2.1.	Instrumentos	11
		2.2.2.	Reseña Histórica	12
	2.3.	Sismic	idad Regional	13
		2.3.1.	Observación sismológica en Colombia	15
			2.3.1.1. Observatorio Sismológico del Sur Occidente - OSSO	16

3. Análisis y Modelos Estadísticos

19

3.1.	Inferen	ncia estadística 1	19
	3.1.1.	Sistemas y modelos	19
		3.1.1.1. Sistemas	19
		3.1.1.2. <i>Modelos</i>	20
		3.1.1.3. Relación entre sistemas y modelos	21
	3.1.2.	Estimaciones y estimadores	22
		3.1.2.1. Estimadores	23
		3.1.2.2. Métodos de estimación puntual	23
		3.1.2.3. Métodos de estimación por intervalo	25
	3.1.3.	Validación de modelos y evaluación de resultados	26
		3.1.3.1. Pruebas de validación del modelo	26
		3.1.3.2. Pruebas de bondad de ajuste	27
3.2.	Simula	ación Estadística	28
	3.2.1.	Simulación Monte Carlo	30
	3.2.2.	Determinación del número de muestras	32
	3.2.3.	Generación de números aleatorios	34
		3.2.3.1. Generación de números aleatorios con distribución normal	35
		3.2.3.2. generación de números aleatorios con Matlab	36
	3.2.4.	Análisis estadístico de datos simulados	37
3.3.	Optimi	ización global y local	37
	3.3.1.	Optimización no restringida	38
		3.3.1.1. <i>Métodos directos</i>	38

			3.3.1.2. Métodos indirectos	39
		3.3.2.	Optimización restringida	40
	3.4.	Clasifi	cación de errores	41
		3.4.1.	Errores aleatorios	42
		3.4.2.	Errores sistemáticos	42
		3.4.3.	Errores en la determinación hipocentral	43
4.	Loca	alizació	n hipocentral	44
	4.1.	Detern	ninación de parámetros hipocentrales y tiempo de origen	45
		4.1.1.	Mono estación - polarización de la onda P	45
		4.1.2.	Método de los círculos - S-P	46
		4.1.3.	Otros métodos de estimación para el problema de localización	47
			4.1.3.1. Estimación no lineal, mediante Mínimos Cuadrados	48
			4.1.3.2. Localización probabilística	51
		4.1.4.	Determinación conjunta de hipocentros	52
	4.2.	Estima	ción de tiempos de viaje	52
	4.3.	Factor	es que influyen en errores de localización	53
		4.3.1.	Optimización de la red de observación	54
		4.3.2.	Evaluación del modelo de velocidades	56
		4.3.3.	Errores en las observaciones	57
5.	Met	odologí	a y Análisis de resultados	59
	5.1.	Errores	s debidos a la configuración de red	59

	5.1.1.	Definición del problema	59
	5.1.2.	Datos iniciales	60
	5.1.3.	Establecimiento del modelo de simulación	60
	5.1.4.	Ejecución de la simulación	61
	5.1.5.	Ejecuciones de prueba y validación del modelo	65
	5.1.6.	Diseño del experimento de simulación	67
	5.1.7.	Pasos para ejecución de la simulación	68
	5.1.8.	Análisis de los resultados de la simulación	69
		5.1.8.1. Simulación Monte Carlo para la Red Regional	69
		Sismos teóricos ocurridos a 5 km de profundidad	69
		Sismos teóricos ocurridos a 30 y 60 km de profundidad	71
		5.1.8.2. Simulación Monte Carlo para la Red local	75
		Sismos teóricos ocurridos a 5 km de Profundidad	76
		Sismos teóricos ocurridos a 10 km de Profundidad	77
	5.1.9.	Simulación Monte Carlo para la determinación de la mejor ubicación de una nueva estación	79
		5.1.9.1. Red local	80
5.2.	Análisi	is de errores debidos al modelo de velocidades	81
	5.2.1.	Remuestreo Jackknife	81
		5.2.1.1. Resultados en cuanto a dispersión de los sismos	83
		5.2.1.2. Sesgo por estación en cada uno de los parámetros	90

Conclusiones

93

ÍNDICE DE FIGURAS

2.1.	Ejemplo de vibraciones producidas por fenómenos internos y externos y re- gistradas instrumentalmente (la escala de tiempo para cada vibración es dife- rente).	7
2.2.	Estructura interna de la Tierra y dos procesos asociados a ella: subducción y corrientes de convección	8
2.3.	Esquematización de la teoría de rebote elástico	9
2.4.	Esfuerzos que producen fallamiento	10
2.5.	Foco sísmico	11
2.6.	Sismómetro de 3 componentes (izquierda) y de 1 componente (derecha)	12
2.7.	Placas tectónicas	14
2.8.	Cinturón circumpacífico	15
2.9.	Red Sismológica del SurOccidente	16
2.10.	Componentes de una red sismológica	18
3.1.	Relación entre sistemas y modelos	21
3.2.	Esquematización de una simulación mediante el método Monte Carlo	32
3.3.	Números aleatorios distribuidos uniformemente en (0,1), generados con la función <i>rand</i> de <i>Matlab.</i>	35
3.4.	Números aleatorios con distribución normal con media 0 y desviación estándar 0.1, generados con la función <i>normrnd</i> de <i>Matlab.</i>	36
3.5.	Minimización de la función <i>Rosenbrock</i> . a. Mínimos cuadrados mediante Gauss–Newton, b. Levenberg–Marquardt, c. Pasos Descendentes, d. Méto- do Simplex	40
4.1.	Comparición entre polarización mediante el método de covariaza (rojo) y el método de descomposición del valor singular (verde)	45

4.2.	Sismograma de tres componentes	46
4.3.	Determinación de los parámetros hipocentrales mediante el método de los círculos	47
4.4.	Identificación de tiempos de arribo de las ondas P y S en diferentes estaciones	49
4.5.	Ejemplo de localización iterativa. Número de iteraciones 6	50
4.6.	Modelo PREM de velocidad para las ondas P y S en función de la profundidad	53
5.1.	Malla para simulación de sismos y distribución de las estaciones, Red local .	62
5.2.	Malla para simulación de sismos y distribución de las estaciones, Red Regional	63
5.3.	Prueba de normalidad. Superior: función de distribución acumulada para la muestra generada aleatoriamente. Inferior: gráfica de probabilidad normal	64
5.4.	Red teórica para ejecución de prueba. Los puntos azules corresponden a las estaciones sismológicas	65
5.5.	Distribución del error en longitud-latitud (izq.) y profundidad (derecha) para las diferentes configuraciones de una red hipotética	66
5.6.	Distribución del error en la determinación de tiempo de origen (izquierda) y profundidad (derecha) para sismos teóricos ocurridos a 5 km de profundidad.	70
5.7.	Distribución del error en la determinación de latitud-longitud (izquierda) y desviación estándar de este error (derecha) para sismos teóricos ocurridos a 5 km de profundidad.	71
5.8.	Distribución del error en la determinación de tiempo de origen (izquierda) y profundidad (derecha) para sismos teóricos ocurridos a 30 km de profundidad.	72
5.9.	Distribución del error en la determinación de tiempo de origen (izquierda) y profundidad (derecha) para sismos teóricos ocurridos a 60 km de profundidad.	73
5.10.	Distribución del error en la determinación de latitud-longitud (izquierda) y desviación estándar de este error (derecha), para sismos teóricos ocurridos a 30 km de profundidad	74

5.11	. Distribución del error en la determinación de latitud-longitud (izquierda) y desviación estándar de este error (derecha) para sismos teóricos ocurridos a 60 km de profundidad.	75
5.12	. Distribución del error en la determinación de tiempo de origen (arriba) y profundidad (abajo), para sismos teóricos a 5 km de profundidad	76
5.13	. Distribución del error en la determinación de latitud-longitud (arriba) y des- viación estándar (abajo), para sismos teóricos a 5 km de profundidad	77
5.14	. Distribución del error en la determinación de tiempo de origen (arriba) y profundidad (abajo), para sismos teóricos ocurridos a 10 km de profundidad	78
5.15	. Distribución del error en la determinación de latitud-longitud (arriba), y des- viación estándar (abajo), para sismos teóricos ocurridos a 10 km de profun- didad.	79
5.16	. Area para selección de sitios para instalación de nuevas estaciones (recuadro azul) y área de interés para monitoreo de actividad sísmica (líneas rojas)	80
5.17	. Evaluación de sitios para ubicación de nuevas estaciones, red local. Los va- lores mas altos corresponden a la mejor ubicación.	81
5.18	. Ubicación espacial de los sismos, a. sin observaciones de la estación LMM, b. sin observaciones de la estación LGG	84
5.19	. Ubicación espacial de los sismos, a. sin observaciones de la estación LBB, b. sin observaciones de la estación LDD	85
5.20	. Ubicación espacial de los sismos, a. sin observaciones de la estación LFF, b. sin observaciones de la estación LCC	86
5.21	. Ubicación espacial de los sismos, a. sin observaciones de la estación LMM, b. sin observaciones de la estación LGG	88
5.22	. Ubicación espacial de los sismos, a. sin observaciones de la estación LBB, b. sin observaciones de la estación LDD	89
5.23	. Ubicación espacial de los sismos, a. sin observaciones de la estación LFF, b. sin observaciones de la estación LCC	90
5.24	. Intervalos de confianza para el sesgo por estación y para cada uno de los parámetros hipocentrales	92

RESUMEN

Generalmente disponemos de datos con incertidumbre y de una teoría física que relaciona los parámetros del modelo con las observaciones; resolver el problema inverso consiste precisamente en determinar los parámetros del modelo que mejor expliquen las observaciones. En el problema de la determinación de los parámetros hipocentrales y el tiempo de origen, la incertidumbre en las estimaciones se debe principalmente a errores en la medición del tiempo, a la incorrecta identificación de fases, a la distribución del hipocentro con respecto a la distribución y el número de estaciones que los registran, a las diferencias entre el modelo de velocidades y la estructura real, al uso de métodos de estimación inapropiados o a la omisión de restricciones necesarias. Este proyecto se centra en el análisis de dos de estas fuentes de error: la distribución espacial de las estaciones con respecto a los hipocentros mediante el uso de simulación estadística, y el modelo de velocidades con respecto a la estructura real mediante remuestreo utilizando la técnica Jackknife.

El análisis Monte Carlo fue llevado a cabo para dos redes independientes, una de observación local y otra de observación regional. Este método delineó áreas de la region de interés para la red OSSO, en las cuales la incertidumbre en la determinación de los parámetros epicentrales es mayor a 2 km a pesar de su cercanía a una o dos estaciones, y en regiones donde hay cobertura de todas las estaciones la incertidumbre es hasta de 1 km; para la región de interés monitoreada por la red local se obtuvieron errores de 0.3 km en las regiones cubiertas por todas las estaciones de la red. El método usado también permite la determinación de sitios para ubicación de nuevas estaciones que disminuyan la incertidumbre en la determinación de parámetros hipocentrales en áreas de interés.

Para identificar inconsistencias del modelo de velocidades, se determinó un estadístico de influencia por estación mediante el método de remuestreo Jackknife. El método se implemento para analizar un grupo de sismos localizados mediante el programa HYPO y observados con la red local, con el objetivo de validar el modelo de velocidades postulado para esa región. El grupo de sismos analizado finalmente fue de 162 sismos agrupados en cuatro cúmulos bien definidos y dentro de los límites definidos por las estaciones de la red local. Los resultados obtenidos con este método proporcionan evidencia estadística para asumir que el modelo de velocidades actualmente utilizado no coincide exactamente con la estructura real, aunque estas diferencias no son significativas desde el punto de vista sismológico.

INTRODUCCIÓN

Las relaciones entre diferentes aspectos de los fenómenos se describen mediante modelos matemáticos. La sismología teórica ha usado modelos físicos para describir los procesos; estos modelos generalmente son descripciones determinísticas del fenómeno y su interacción con un entorno. La sismología observacional, en cambio, usa modelos estadísticos los cuales describen fenómenos con cierta variabilidad inherente, para los cuales no es posible establecer una relación exacta entre diferentes aspectos de ellos o son observados con información incompleta, tales como datos con error o eventos que ocurren con un patrón irregular tanto espacial como temporalmente. Estos modelos son usados tanto para cuantificar la incertidumbre relacionada con fenómenos previamente observados como para la predicción de eventos futuros y aunque algunas veces incorporan la solución matemática a un modelo físico, en otras ocasiones no es completamente posible.

En sismología observacional, cuyo conocimiento se fundamenta en datos de observación y no en experimentos de laboratorio controlados, y además observa -generalmente- con dispositivos que poseen grandes limitaciones frente a la complejidad del fenómeno, el análisis de la distribución de los datos con métodos estadísticos y probabilísticos es muy importante y con frecuencia es el único camino hacia la determinación de modelos. Así, los conceptos y técnicas de la estadística son imprescindibles para la evaluación de la calidad de las estimaciones, para la optimización de la bondad de los modelos y para develar los patrones y causas que subyacen a los datos observados. Además en en esta área no es posible tener réplicas reales experimentales que permitan una estimación apropiada del error, por tanto, la incertidumbre debe ser estimada usando la conjunción de dos criterios: el juicio científico junto con las técnicas estadísticas.

La realización de un proyecto de grado en este campo requiere de conocimientos y aptitudes en las metodologías de la estadística y de la sismología y constituye un ejercicio de capacidades de trabajo interdisciplinario. Los estadísticos requieren un mejor entendimiento del fenómeno para precisar cuales suposiciones pueden ser razonables y cuales métodos estadísticos son adecuados para cada problema en sismología; también es necesario que los métodos estadísticos sean mas accesibles a los sismólogos, quienes necesitan entender mejor los modelos y métodos estadísticos, conocer y acatar las restricciones y limitaciones de cada uno, para que de esta manera sus resultados y conclusiones estén mas próximos a la realidad del fenómeno.

Parte del conocimiento logrado a partir de la sismología -modelos de la estructura y de los procesos en el interior de la Tierra- se deriva del análisis de la observación de fenómenos que estos procesos generan; pero dado que la sismicidad es un fenómeno dinámico y no lineal, que ocurre en un medio heterogéneo -la composición de la Tierra en diferentes capas, la

diversidad geológica, etc- para cada región su comportamiento difiere. La elaboración de modelos que representan las variables y relaciones que caracterizan la estructura y los procesos de la Tierra a partir de las observaciones está sujeta a diversas limitaciones, como son: datos con errores y sesgos de diferentes causas, magnitudes y distribuciones y escasez de datos con respecto a la distribución de las variables a evaluar. En consecuencia, el tipo de problemas que se puede estudiar con una red sismológica, el momento a partir del cual se puede iniciar su estudio, dependen del nivel de actividad de la región y de la cantidad y calidad de información acumulada, ya que la precisión y validez de los resultados son función del tiempo de observación y de los datos disponibles, pero principalmente de la calidad de los mismos.

La estimación de los parámetros que identifican un sismo en espacio y tiempo se entiende como el problema de localización hipocentral y se hace a partir de observaciones indirectas del fenómeno. Al ocurrir un sismo, parte de la energía es liberada en forma de ondas sísmicas que se propagan a través del interior de la Tierra, estas ondas al pasar por una estación sismológica producen movimiento del suelo, el cual es registrado por medio de instrumentos y a partir del cual se tiene información de lo sucedido. Estos datos conforman una serie de tiempo, en la cual se observan cambios en una variable (velocidad-acelaración-desplazamiento) a través del tiempo. A partir de la teoría de propagación de ondas, pueden predecirse los tiempos de viaje de cada onda y asociarse los cambios en la variable con la llegada de cada tipo de onda. Estaciones ubicadas en diferentes puntos geográficos registran el paso de las ondas en tiempos diferentes; esto permite, mediante diversos métodos, obtener una estimación del punto en tiempo y espacio a partir del cual se inició la radiación.

En el problema de localización, se asume que se conocen las relaciones exactas entre tiempos de viaje y que no hay correcciones por estación, pero, debido a que los tiempos de viaje no se conocen con exactitud dadas las anomalías locales del suelo, es necesario estimar correcciones por estación. Además, el diseño óptimo de una red está relacionado con la capacidad de la misma de reducir o controlar la incertidumbre estadística que se deriva de errores aleatorios en los tiempos de arribo, esto implica tener estaciones bien distribuidas con respecto a los sismos en azimuth (pocos grados) y distancia, también es preciso tener algún control sobre la profundidad focal. Un factor importante, es que pocas observaciones producen una estimación de la varianza poco confiable, es decir, descuida la contribución al error de localización de lo inadecuado del modelo de velocidades y del hecho que la aproximación lineal es inadecuada en algunas circunstancias. La determinación hipocentral es una estimación que involucra, por tanto, diversos factores tales como observaciones directas e indirectas (respuesta de los instrumentos, respuesta del operador, ...), relaciones teóricas (modelo de velocidades, relación entre datos y modelos) y precisión o validez de los métodos de estimación. La simulación estadística es una técnica que permite obtener observaciones tan suficientemente reales como el conocimiento del fenómeno lo sea; a partir de estas observaciones se puede analizar la influencia de los factores controlables sobre el problema y encontrar soluciones para mejorar las condiciones iniciales. El enfoque de este proyecto consiste en la caracterización e identificación de los diferentes tipos de errores involucrados en la localización hipocentral y sus efectos sobre las estimaciones mediante simulación estadística.

El trabajo es realizado con información recopilada por el Observatorio Sismológico del SurOccidente -OSSO- y está enfocado a mejorar el conocimiento de la sismicidad regional, tanto del comportamiento sísmico del suroccidente de Colombia, como de la confiabilidad en la determinación de parámetros relacionados con la misma. Está dividido en cuatro secciones.

En la primera parte se presentan conceptos y consideraciones básicas relacionadas con el fenómeno sísmico en general: investigación sismológica, origen y patrones de los sismos; seguidamente se hace una descripción de la instrumentación necesaria para observar el fenómeno, y su consecuente generación de datos; finalmente se hace referencia sobre el comportamiento de la sismicidad en la region de interés, sus causas y consecuencias, describiendo como funciona una red de observación, centrándose en la descripción de la red del Observatorio Sismológico del Sur Occidente -OSSO-.

En la segunda parte se presentan algunos conceptos de la estadística, como aquellos relacionados con el modelamiento estadístico; se presentan además algunos métodos de estimación de parámetros y una sección sobre teoría de simulación. Finalmente se exponen varios métodos de optimización esenciales a la hora de hablar de estimaciones y se hace una clasificación de errores. La metodología expuesta en este capítulo hace referencia o ejemplariza algunos de los métodos estadísticos de uso común en sismología. Los conceptos aquí descritos son necesarios para justificar la importancia de la realización de este trabajo y son además indispensables en la etapa de análisis de resultados.

En la tercera parte, se plantea el problema de manera general, se enfatiza sobre la importancia de la confiabilidad de las estimaciones relacionadas con los parámetros de un sismo, describiendo los diferentes métodos de localización ampliamente conocidos y haciendo énfasis en la localización mediante mínimos cuadrados que es el método actualmente utilizado en el OSSO. Se plantean las diferentes posibles fuentes de error involucradas en el proceso de localización, su cuantificación e influencia sobre las estimaciones. Al mismo tiempo, se hace un compendio de algunos trabajos realizados para la determinación y cuantificación de principalmente tres fuentes de error - por configuración de red, debidos al modelo de velocidades y en los datos observados-.

En la cuarta parte, se plantean, implementan y desarrollan algunas de las metodologías que fueron usadas en los trabajos expuestos en la tercera parte, para de esta manera realizar un análisis de los errores relacionados con cada fuente. Se analizan básicamente dos fuentes de error, los debidos a la distribución de las estaciones con respecto a la distribución de los sismos, mediante simulación Monte Carlo y los debidos al modelo de velocidades con respecto a la estructura real de la región, mediante remuestreo Jackknife. Este análisis se realiza para dos redes independientes: una regional, con datos de mas de 15 años, sismicidad más allá de las dimensiones de la red misma, registro en sensor de solamente componente vertical; otra a escala local, con datos de casi 10 años, sismicidad esencialmente confinada dentro de las dimensiones de la red y registro en sensores de tres componentes.

1. OBJETIVOS

1.1. Objetivos Generales

- Determinación, evaluación y caracterización de las diferentes fuentes de error en datos sismológicos del OSSO.
- Evaluación de los efectos de los errores sobre los diversos tipos de parámetros y modelos que se derivan de éstos (localizaciones hipocentrales, mecanismos focales) para un conjunto de datos seleccionados de la red sismológica del OSSO.

1.2. Objetivos Específicos

- Seleccionar del catálogo básico de la Red OSSO un conjunto de datos para ejemplarizar el análisis de errores debidos a observación y procesamiento.
- Caracterizar y cuantificar los errores e incertidumbres genéricas en datos, parámetros y modelos básicos de la sismología a escala local.
- Contribuir al conocimiento de las incertidumbres en la información obtenida con la Red OSSO.

2. SISMOLOGÍA: CONCEPTOS, INSTRUMENTACIÓN Y OBSERVACIÓN SISMOLÓGICA

2.1. Principios de sismología

2.1.1. Reseña Histórica

Existen crónicas sobre el efecto de los sismos desde 1800 A.C. y leyendas que atribuían su origen a monstruos que estaban en la tierra. Las primeras explicaciones no míticas de filósofos como Aristóteles y Séneca (300 A.C.) proponían el aire como el origen o fuente de los sismos. Estudios sobre cuerpos sometidos a esfuerzos realizados por Galileo (1600) fueron un gran aporte para el entendimiento del problema. en 1660 Hooke planteó una relación entre tensión y deformación (Ley de Hooke). A principios de 1800 las leyes de conservación de energía y masa fueron combinadas para desarrollar las ecuaciones de movimiento de los sólidos: Navier y Cauchy entre 1821 y 1822 desarrollaron la teoría de la elasticidad, en 1830 Poisson dedujo la existencia de dos tipos de ondas que se propagan a través de los sólidos. En 1845 Stokes observó que la resistencia de un sólido ante la solicitación puede dividirse en resistencia a la compresión y al esfuerzo cortante, dedujo los módulos de compresibilidad y rigidez en la resistencia de los materiales. Mallet en 1857, propuso un origen explosivo de los terremotos, a partir del cual desarrolló el concepto de foco puntual. En 1888 a partir del trabajo de Schmidt sobre la propagación de las ondas por el interior de la tierra, se dedujo que en general, la velocidad aumenta con la profundidad (trayectoria curva de las ondas). Poco después, Suess reemplazó el concepto de foco puntual por el de región focal, y se estableció una relación entre fenómenos sísmicos, la formación de montañas y el movimiento de las placas tectónicas (Shearer, 1999; Bolt, 1981).

El primer modelo mecánico -parcialmente empírico, parcialmente intuitivo- para los sismos se conoce como Teoría de Rebote Elástico y fue planteado por H.F. Reid en 1910. Este modelo con algunas modificaciones, continúa vigente y explica aproximadamente bien la ocurrencia de sismos de foco superficial. Esta teoría se simplifica en la sec. 2.1.3 pág. 8. Una consulta para mayor profundidad se puede hacer en Aki and Richards (1980); Lay and Wallace (1995).

2.1.2. La investigación sismológica

El conocimiento, teorías y modelos sobre la estructura y los procesos en el interior de la Tierra se han obtenido a partir de la observación de fenómenos que los mismos procesos generan. Uno de los procesos, el relacionado con la generación y propagación de ondas sísmicas ha sido objeto de amplia investigación a nivel global. La investigación en sismología se ha

dividido fundamentalmente en dos categorías,

- 1. el estudio de la propagación de las ondas y la estructura de la Tierra asociada: identificación de las diferentes capas (corteza, manto y núcleo) y su heterogeneidad, las diferencias entre continente y océano, las zonas de subducción, las propiedades de los materiales (anelásticas y anisotrópicas), entre otros.
- 2. el estudio de la fuente y sus fenómenos asociados: tipificación y localización de fuentes, energía liberada, geometría, área y desplazamiento de las fallas, estudios de predicción, etc.

Gran parte de la observación sismológica se hace de manera instrumental. A partir de registros sísmicos instrumentales se obtienen resultados cuantitativos con base en las siguientes relaciones,

 fenómenos internos como el fallamiento, movimiento del magma, explosión minera, circulación hidráulica, y fenómenos externos como el viento, la presión atmosférica, las ondas y mareas oceánicas y el ruido cultural involucran movimientos rápidos que producen ondas sísmicas detectables (Fig. 2.1).



Figura 2.1: Ejemplo de vibraciones producidas por fenómenos internos y externos y registradas instrumentalmente (la escala de tiempo para cada vibración es diferente).

- los movimientos elásticos producidos por un sistema de fuerzas pueden ser representados por la ecuación de Newton (*Fuerza = masa * aceleración*) para predecir las ondas resultantes.
- la Tierra vibra cuando las ondas sísmicas pasan a través de ella, a lo largo de su superficie, las vibraciones producidas pueden ser instrumentalmente registradas (Fig. 2.1).
- El movimiento o vibración del suelo u(t) registrado por un instrumento puede ser expresado como el resultado de la combinación de una función de fuente s(t), una función de propagación g(t) y una función del instrumento que lo registra i(t) (generalmente conocida).
- a partir de esta relación se pueden estimar tanto la función de fuente s(t) como la función de propagación g(t) mediante diversos métodos (ver Aki and Richards (1980)).

2.1.3. Mecánica de la Fuente sísmica

La parte superior de la Tierra, la corteza (15-20 km de espesor) está constituida por rocas de gran dureza y resistencia, capaces de deformarse elásticamente y almacenar energía de deformación (Fig. 2.2); a mayor profundidad el aumento de la temperatura convierte las rocas en un material dúctil y débil, incapaz de permanecer en estado de deformación elástica por mucho tiempo.





Cuando una roca es sometida a una fuerza ésta se deforma, y al cesar la fuerza recupera su forma original; en la Tierra, la deformación elástica generalmente se produce de una forma

lenta y gradual, produciéndose esfuerzos normales y de cizalla y acumulando en el material enormes cantidades de energía de deformación. Cuando se alcanza el límite de resistencia o cuando se sobrepasan las fuerzas de fricción se inicia un proceso de ruptura en las zonas más débiles o en las zonas de mayor concentración de esfuerzos. Este fracturamiento está acompañado por un rebote elástico a ambos lados de la falla a partir del punto de inicio de ruptura, propagándose a lo largo del plano de falla y causando que la roca a ambos lados del mismo se desplace en sentido opuesto (Fig. 2.3).



Figura 2.3: Esquematización de la teoría de rebote elástico

Los sólidos pueden fallar por esfuerzos de tensión (falla normal o de deslizamiento), por esfuerzos de compresión (falla inversa o de cabalgadura), por esfuerzos de cortante (falla transcurrente o de rumbo), o por combinación de esfuerzos (falla mixta) (Fig. 2.4). El fracturamiento o desplazamiento se produce en un plano (área), sin embargo, si dicha área es muy pequeña o se observa a grandes distancias puede considerarse no un área sino un punto. Parte de la energía elástica almacenada en forma de esfuerzo en la roca se gasta en romper la roca y vencer la fricción entre ambas caras de la fractura que trata de frenar el movimiento, otra parte puede permanecer en las rocas y una mínima parte se libera en forma de ondas sísmicas que viajan a través de la Tierra. La energía sísmica es radiada en diferentes direcciones (patrón de radiación), en cantidades distintas, dependiendo de los distintos tipos de ondas y de la geometría de la fractura.

2.1.4. Foco Sísmico

Foco sísmico es el lugar en tiempo y espacio donde se produce la concentración de energía y a partir del cual ésta se propaga en forma de ondas sísmicas (Fig. 2.5). Con la creación del sismómetro y la instalación de las primeras redes sismológicas, empezó la determinación instrumental de los parámetros del foco sísmico. Éstos pueden ser determinados a partir de los registros en una o varias estaciones de las ondas de cuerpo producidas por el sismo.



Figura 2.4: Esfuerzos que producen fallamiento

Inicialmente la localización se hacía mediante métodos gráficos (sección 4.1.2, pág. 46). En 1912 Geiger implementó un algoritmo, usando herramientas matemáticas para resolver el problema de localización (Lee and Stewart, 1981), debiendo esperar casi 50 años hasta la creación de la computadora para poder realizar los cálculos que el método implica (sección 4.1.3.1, pág. 48). Actualmente en Colombia, como en muchas instituciones internacionales, se utiliza el programa HYPO71, basado en el algoritmo implementado por Geiger y desarrollado en 1971 por W. Lee y T. Lahr para la localización hipocentral (Lee and Lahr, 1975). Además de los parámetros hipocentrales y tiempo de origen, este programa calcula los residuales para cada estación, la magnitud del evento y el mecanismo focal.

Los parámetros que determinan el foco puntual de un sismo son,

- las coordenadas geográficas (latitud y longitud) relacionadas a un punto en la superficie (epicentro) (Fig. 2.5).
- la profundidad, es decir la distancia hacia el interior de la tierra a partir del epicentro. La profundidad más el epicentro, determinan el hipocentro (Fig. 2.5).
- el tiempo de origen, es decir el momento a partir del cual se inició la liberación de energía en forma de ondas sísmicas.

La determinación de los parámetros de un sismo es importante desde el punto de vista teórico, puesto que a partir de valores hipocentrales y tiempos de origen, se determinan tiempos de recorrido de las ondas sísmicas, y a partir del estudio de la propagación de las mismas se



Figura 2.5: Foco sísmico

pueden conocer las propiedades físicas de la Tierra; y desde el punto de vista práctico, por que a partir de esta información se determinan zonas de riesgo, códigos de construcción, entre otros. Estas estimaciones presentan dificultades técnicas tales como la fiabilidad de tiempos absolutos en los sismogramas; dificultades observacionales, tales como la identificación de tiempos de arribo; y dificultades teóricas, tales como la estimación del error usando teoría no lineal, modelos teóricos de propagación, etc.

2.2. Instrumentación sismológica

2.2.1. Instrumentos

Los instrumentos usados para observar sismos deben ser capaces de detectar la vibración pasajera, de operar continuamente con capacidad de detección muy sensitiva, poseer tiempo absoluto de tal manera que el movimiento pueda ser registrado como una función del tiempo y deben tener una respuesta lineal conocida al movimiento del suelo (instrumento calibrado) que permita que los registros sísmicos estén relacionados al contenido frecuencial y a las amplitudes del movimiento del suelo. Sin embargo, dado que no todos los instrumentos pueden registrar todos los posibles movimientos con una respuesta lineal, ha sido necesario desarrollar instrumentos para observar en el amplio rango dinámico de amplitudes y en el amplio ancho de banda en frecuencias, de todas las posibles señales de interés, evitando la interferencia de ruido ambiental.



Figura 2.6: Sismómetro de 3 componentes (izquierda) y de 1 componente (derecha)

La mayoría de los instrumentos que se usan para medir y registrar el paso de las ondas sísmicas (sismómetros) son construidos de acuerdo al principio de inercia: todos los cuerpos tienen una resistencia a cambiar su estado de movimiento uniforme o reposo. El movimiento del suelo puede ser medido con respecto a la posición de una masa suspendida por un elemento que le permita permanecer en reposo por algunos instantes ante el movimiento del suelo. Posteriormente, cuando la masa sale del reposo tiende a oscilar; dado que esta oscilación no refleja el verdadero movimiento del suelo, es necesario proveer al instrumento con un sistema de amortiguamiento. Las masas que se emplean pueden ser de unos pocos gramos hasta cientos de kg. Como el movimiento del suelo tiene lugar en las tres dimensiones del espacio, se requiere la instalación de instrumentos verticales y horizontales para observarlo completamente (Fig. 2.6); además se requiere de un sistema de amplificación, que puede ser electrónico, para producir registros que puedan ser analizados a simple vista; y de un sistema de digitalización, para que las medidas puedan ser almacenadas y analizadas posteriormente. Cada instrumento, dada su frecuencia natural de oscilación y su sistema de magnificación, detecta cada una de las muchas frecuencias que componen una onda sísmica de diferente manera, por esto es necesario conocer con detalle las curvas de magnificación de los instrumentos para poder estimar el movimiento real del suelo (Havskov and Alguacil, 2001).

2.2.2. Reseña Histórica

China tuvo su primer detector mecánico de ondas sísmicas alrededor del año 132 A.D. Los primeros sismómetros consistían en péndulos no amortiguados, los cuales solo tenían capacidad de registrar el movimiento del suelo por corto tiempo en el inicio de la sacudida. El primer sismómetro electromecánico fue inventado en 1875 por F. Cechi en Italia. La recolección de datos globales inició en 1892 con la instalación de un sismómetro suficientemente compacto construido por Milne en 40 observatorios alrededor del mundo. El primer sismómetro con

amortiguamiento, capaz de reproducir el movimiento durante la duración de un sismo, fue introducido en 1898 por Wiechert. En 1914 Galitzin introdujo el primer sismómetro electromagnético de péndulo móvil, que se usa para generar corriente eléctrica en una bobina, el cual permite grandes amplificaciones, aunque son de banda mas estrecha que los anteriores instrumentos mecánicos; esta clase de sismómetros son comunes en la actualidad, debido a que la respuesta instrumental es baja cerca a los grandes picos de ruido ambiental (océanos, cerca a los 5,6 segundos). Una reseña mas detallada se encuentra en Shearer (1999).

La observación sismológica ha aumentado paulatinamente en todo el mundo con la adecuación e instalación de nuevas redes de observación. En 1961 se estableció la red sismológica mundial (WWSSN) con instrumentos de corto y largo periodo; la recolección de datos a partir de esta red condujo rápidamente a mejorar el conocimiento en diferentes áreas de la sismología. En 1986 surgió otra importante red mundial de sismómetros (Iris-GSN) como respuesta a la obsoleta instrumentación de WWSSN y la falta de soporte para su operación y mantenimiento.

La adquisición, instalación y operación de redes en forma apropiada permite comparar los resultados teóricos con los obtenidos en observación y/o experimentación. Actualmente, con la gran cantidad de información digital recopilada, se ha podido avanzar en el conocimiento de la distribución de la sismicidad en la Tierra y en la demarcación de zonas de riesgo, entre otros.

Una red de sismómetros está conformada por un determinado número de estaciones, cada una de las cuales consta de un sensor vertical o de tres sensores orientados ortogonalmente (1 vertical, 2 horizontales) que miden el desplazamiento vertical y horizontal del terreno. Cada estación es ubicada en un punto geográfico de la Tierra, tratando de cubrir el área de interés (Fig. 2.10). De cada estación se obtiene una señal (sismograma) a partir de la cual, y con el uso de modelos predefinidos, se determinan tipo de falla, mecanismo focal, foco sísmico, entre otros. La menor variabilidad (precisión) y la ausencia de errores sistemáticos (exactitud) en la determinación hipocentral dependen principalmente de la configuración de la red. Dados los altos costos de instalación y mantenimiento, es esencial que una red sea diseñada de forma óptima.

2.3. Sismicidad Regional

La litosfera terrestre es una capa relativamente delgada que está compuesta por la corteza y el manto superior, se extiende hasta profundidades de 70 km en los océanos y 150 km bajo los continentes (Fig. 2.2). Procesos físicos bajo la corteza terrestre han hecho que ésta se divida en grandes bloques llamados placas tectónicas, las cuales se mueven a velocidades del orden de centímetros por año (Fig. 2.7). Desplazamientos relativos de grandes bloques de material sólido implican esfuerzos de compresión, tracción y cortante.



Figura 2.7: Placas tectónicas

El Nor Occidente de Sur América comprende un ambiente sísmico y tectónico complejo, debido a la interacción de al menos tres placas tectónicas: Nazca, Suramérica y Caribe. Esta interacción, hace que se presente acumulación de energía sísmica, la cual se manifiesta mediante la ocurrencia de sismos y la presencia de fallas. Con respecto a Sur América La placa Caribe se desplaza en dirección occidente-oriente y la placa Nazca en sentido occidenteoriente con velocidad relativa promedio de 60 mm/año (Kellogg and Vega, 1995).

Colombia, se encuentra dentro de la zona de la Tierra más activa sísmicamente, denominada Cinturón Circumpacífico (Fig. 2.8). Los principales sistemas de fallamiento han sido identificados a partir de estudios mineros, de exploración petrolera, de exploraciones geológicas detalladas para los grandes proyectos hidroeléctricos y de la observación sismológica. La dirección predominante de las fallas es Norte-Sur coincidiendo con la dirección de las tres cordilleras y algunas de ellas han mostrado actividad reciente o histórica. El principal fenómeno sismotectónico se presenta en la zona de subducción en el Océano Pacífico, causado por el doblamiento de la placa de Nazca cuando subduce bajo la placa Suramericana. La zona continental más activa sísmicamente corresponde al territorio andino marcado por las cordilleras occidental, central y oriental. El Sur Occidente de Colombia, se caracteriza por una serie de fallas –sistemas Romeral y Cauca-Patia–, la mayoría de las cuales ocurren en dirección Norte Sur y están limitadas por la zona de subducción y por la Falla Frontal de la Cordillera Oriental (Sarria, 1990).

Dadas las características geológicas de Colombia y la teoría sísmica y tectónica que propone



Figura 2.8: Cinturón circumpacífico

una fuerte relación entre la existencia de fallas geológicas y la ocurrencia de sismos, se hace necesaria la observación instrumental (sismológica) durante largos períodos para detectar el nivel de actividad actual de las fallas, el tipo y la dirección del desplazamiento en la roca y la orientación del plano de ruptura.

2.3.1. Observación sismológica en Colombia

La implementación de redes sismológicas en nuestro país se inició en 1927, y se ha venido desarrollando paulatinamente. La instrumentación sísmica en Colombia tuvo su origen en 1921 en el colegio Mayor de San Bartolomé con tres sismógrafos de registro en papel ahumado; en 1941 se constituyó el Instituto Geofísico de los Andes fundado por el Geofísico J.E. Ramírez con dos sismógrafos verticales, uno de registro fotográfico y el otro en papel ahumado. Actualmente dicho observatorio tiene estaciones en 8 ciudades del país, con un total de 10 estaciones de corto período y 3 de período largo, todas con dos sensores horizontales y uno vertical, con registros desde 1941 hasta la fecha. Después del sismo de Popayán en 1983 y de la erupción del Nevado del Ruiz en 1985, fue inaugurada en 1987 la Red Sismológica del Sur Occidente - OSSO, una red para observación de la actividad sísmica en el sur occidente del país. En la actualidad esta red consta de 10 estaciones de componente vertical y 1 estación de tres componentes, 1 estación de banda ancha y 2 acelerómetros (una descripción más detallada se encontrará en la sección 2.3.1.1). Cinco años después, en 1992

inició operaciones la Red Sismológica Nacional de Colombia operada por INGEOMINAS, actualmente conformada 19 estaciones sismológicas con sismómetros verticales de período corto y una con sismómetro triaxial de banda ancha, con transmisión de datos digitales desde las estaciones sismológicas hasta el centro de procesamiento de datos, cuenta además con 150 acelerómetros digitales de movimiento fuerte.

2.3.1.1. Observatorio Sismológico del Sur Occidente - OSSO

Gracias a la continua observación sismológica durante un período de mas de 15 años realizada por el OSSO, se ha podido mejorar en el conocimiento del comportamiento de las fallas que recorren el Sur Occidente de Colombia.



Figura 2.9: Red Sismológica del SurOccidente

La red regional que actualmente opera el OSSO tiene una extensión de aproximadamente 320 km N-S y 220 km E-W (incluyendo la estación en el océano pacífico, sin ésta es de 80 km E-W), y un cubrimiento de alrededor de 500 km N-S y 270 km E-W, con distancia promedio entre estaciones mayor de 50 km; esta configuración proporciona un umbral de detección para eventos superficiales que ocurran dentro de la red con magnitud mayor a dos.

La ubicación de cada una de las estaciones fue fijada de acuerdo a condiciones locales como el nivel de ruido, facilidades de instalación existentes, infraestructura eléctrica, condiciones de radio-transmisión, entre otras; además, su conformación se hizo por etapas, ya que inicialmente fueron instaladas cinco estaciones las cuales mostraron algunas deficiencias en localización de sismos al Norte, Occidente y Sur Oriente del Valle y de la Costa Pacífica. Con el objeto de lograr mayor cobertura y eliminar algunas deficiencias se instalaron posteriormente seis estaciones más.

Geográficamente, la red del OSSO se encuentra en el rectángulo definido por los puntos 4° 25 N, 76° 50 W y 2° 15 N, 76° 10 W (Fig. 2.9). Cada estación está conformada por un sensor vertical de corto período, amplificador, VCO y transmisión telemétrica en frecuencia modulada, con recepción en las instalaciones de la Universidad del Valle, en su sede en la torre de la Facultad de la Ingenierías, donde mediante un discriminador se recupera la señal análoga y se registra en papel, al tiempo que se hace la conversión a formato digital, para ser procesada posteriormente (Fig. 2.10).

Hasta el momento se han localizado un poco mas de 20000 sismos, que corresponde a actividad regional registrada por la red. Con esta información se ha ido conformado el catálogo del OSSO, en el cual se consideran estimaciones de mayor precisión aquellos eventos cuyo epicentro se encuentra en un área cubierta por 4 o más estaciones.

En general, el óptimo diseño de una red está relacionado con la capacidad de la misma de reducir o controlar la incertidumbre estadística que se deriva de errores aleatorios en los tiempos de arribo. Factores como la validez del modelo de velocidades y la anomalías locales del suelo, pueden influir también en la precisión de las localizaciones epicentrales. No obstante, tal como lo plantea Steinberg et[°]al. (1995) una red diseña para que sea óptima con respecto a la precisión estadística puede monitorear eficientemente fuentes potenciales y de esta manera reducir los errores relacionados con desviaciones del modelo con respecto a la estructura real.



Figura 2.10: Componentes de una red sismológica

3. ANÁLISIS Y MODELOS ESTADÍSTICOS

Actualmente se reconoce la importancia de la estadística aplicada en el desarrollo de investigaciones en muy diversos campos; cada vez son más los profesionales de diferentes disciplinas que requieren de métodos estadísticos como muestreo, simulación, diseño de experimentos, modelamiento estadístico e inferencia, para llevar a cabo recolección, compendio y análisis de datos y para su posterior interpretación. En sismología, los métodos estadísticos son de amplio uso; por ejemplo en la estimación del riesgo sísmico, predicción sísmica, localización de sismos, determinación de magnitudes y cuantificación de incertidumbres. Los principales modelos estocásticos usados para describir los procesos relacionados con los sismos se basan en series de tiempo y procesos puntuales. Los modelos de series de tiempo se usan generalmente para describir procesos que son muestreados en puntos de tiempo discretos, mientras que procesos puntuales se usan para modelar fenómenos que se presentan de manera irregular, sin un patrón temporal, y que pueden ocurrir en cualquier momento o espacio.

Por otro lado, y análogo al proceso de experimentación llevado a cabo en laboratorios con el objetivo de aumentar la comprensión de alguna teoría para su validación y empleo posterior, la simulación, considerada como un método de experimentación controlada, es el proceso de imitación de aspectos importantes del comportamiento de un sistema, mediante la construcción de un modelo implementado en un computador de tal forma que permita generar observaciones dadas ciertas entradas. Con el análisis estadístico de tales observaciones se estiman medidas del comportamiento del sistema de interés. Sin embargo, de esta manera no es posible encontrar resultados óptimos, sino mas bien, resultados satisfactorios a problemas de difícil, costosa o imposible resolución mediante otros métodos.

3.1. Inferencia estadística

3.1.1. Sistemas y modelos

3.1.1.1. Sistemas

Un sistema es una fuente de datos del comportamiento de alguna parte del mundo real. Está formado por elementos que interactuan para lograr un objetivo, los cuales poseen características o atributos, parámetros y variables, que toman valores numéricos o lógicos. Un sistema puede ser natural o artificial, dinámico o estático, estable o inestable, adaptativo o no adaptativo, lineal o no lineal; puede tener variables independientes o dependientes, no controlables o controlables, continuas, discretas o mixtas, no observables u observables. Las reglas que especifican la interacción entre los elementos de un sistema, determinan la forma en que las variables descriptivas cambian con el tiempo. Las variables que describen las entidades, los atributos y las actividades de un sistema en un instante particular de tiempo, que permiten predecir su comportamiento futuro, se denominan variables de estado y sus valores proporcionan el estado del sistema en ese instante, además relacionan el futuro del sistema con el pasado a través del presente. Si el comportamiento de los elementos del sistema puede predecirse con seguridad, el sistema es determinístico, de lo contrario es estocástico. Si la probabilidad de encontrarse en alguno de los estados no cambia con el tiempo el sistema es estático, de lo contrario es un sistema dinámico. Si el estado de un sistema cambia sólo en ciertos instantes de tiempo se trata de un suceso discreto, de lo contrario de un suceso continuo.

Sea un sistema físico como por ejemplo la Tierra; o una estructura definida, como por ejemplo la corteza; o un estado de ella, por ejemplo la liberación de energía y reacomodamiento de esfuerzos producidos en un punto determinado (sismo). El interés puede ser la composición química en el interior de la Tierra; o un modelo de velocidades asociado a la corteza; o la identificación del punto en el interior de la Tierra a partir del cual se produjo la liberación de energía, es decir la identificación del foco sísmico, planteado como el problema de localización hipocentral. Para el último caso, el cual es el tema de interés de este proyecto, las observaciones de las cuales se dispone son mediciones indirectas logradas a través de sismogramas obtenidos en la superficie de la Tierra, que permitirán analizar lo sucedido en algún punto en el interior de la Tierra.

3.1.1.2. Modelos

Un modelo es una representación formal de un sistema real, con el que se pretende aumentar su comprensión, hacer predicciones y ayudar a su control. Los modelos pueden ser físicos (descritos por variables medibles), análogos (diagrama de flujo) y simbólicos (matemáticos, lingüísticos, esquemáticos). Los modelos matemáticos o cuantitativos son descritos por un conjunto de símbolos y relaciones lógico–matemáticas.

Para la construcción de un buen modelo es necesario contar con leyes (por ejemplo, físicas) que describan el comportamiento del sistema. También es importante la experiencia, la intuición, la imaginación, la simplicidad y la habilidad para seleccionar el subconjunto mas pequeño de variables. El primer paso es establecer el problema en forma clara y lógica delimitando sus fronteras; luego viene la recogida y depuración de datos; el diseño del experimento; las pruebas de contrastes; la verificación del modelo y la validación de las hipótesis. Por ejemplo, un análisis de sensibilidad determinará el grado de influencia en la solución del modelo debida a variaciones en los parámetros (robustez de un modelo). Un modelo debe ser una buena aproximación al sistema real, debe incorporar los aspectos importantes del sistema y debe resultar fácil de comprender y manejar. Un factor muy importante es que haya una alta correlación entre lo que predice el modelo y lo que actualmente ocurre en el sistema real.



Figura 3.1: Relación entre sistemas y modelos

3.1.1.3. Relación entre sistemas y modelos

Un sistema puede ser descrito mediante una función que relaciona un conjunto de datos u observaciones (d, variables de respuesta) con un grupo de parámetros $P(m_1, m_2..)$; cada grupo de valores específicos de este grupo de parámetros proporciona un modelo (m) diferente. Si se dispone de un modelo físico (G) que obtenido a partir de la teoría relaciona los datos observados con los parámetros conocidos –variables–, se tiene entonces una relación funcional $G \Rightarrow F(d, m)$ que describe el fenómeno; si esta relación es lineal, se define entonces como Gm = d. Aquí se pueden tener dos situaciones diferentes: se conocen los parámetros del modelo pero es necesario conocer la respuesta de ese sistema, esta situación es conocida como el problema directo; o de lo contrario, se dispone de observaciones de las variables de predicción y de respuesta, pero se desconocen los parámetros del modelo que expliquen mejor la relación estadística. Resolver el problema inverso consiste en estimar los valores del modelo (m) que expliquen mejor las observaciones. (Menke, 1984; Tarantola and Valette, 1982b).

En el problema específico de estimar las coordenadas hipocentrales de un sismo, d son los tiempos de arribo de ondas sísmicas registradas en las diferentes estaciones sismológicas; G está conformado por una estimación inicial de las coordenadas hipocentrales, las coordenadas que definen las posiciones de las diferentes estaciones y un estructura de velocidades entre la superficie y el hipocentro; m son los parámetros del modelo planteado a partir de la

teoría física, los cuales al ser usados para calcular los tiempos de recorrido teóricos de las ondas desde diferentes estaciones producirían la menor diferencia entre éstos y los tiempos observados en el sismograma.

Tarantola and Valette (1982b) proponen que antes de formular la solución a un problema inverso es necesario que sea;

- válida tanto para problemas lineales como para problemas no lineales, tanto para problemas bien determinados (suficientes datos para la estimación, matrices invertibles) como para problemas mal determinados (información insuficiente o inconsistente)
- consistente con respecto a un cambio de variables –el cual no es el caso con aproximaciones ordinarias–
- suficientemente general para permitir diferentes distribuciones para el error en los datos (gaussiana, no gaussiana, simétrica, asimétrica, etc.), para permitir la incorporación formal de cada supuesto y para incorporar errores teóricos en una forma natural.

Afirman también, que estas restricciones pueden cumplirse si se formula el problema usando teoría de probabilidades y toda la información disponible (Inferencia bayesiana), estudiando sistemas que puedan ser descritos con un finito grupo de parámetros donde las características cuantitativas del sistema sean definidas como funciones de probabilidad (para datos y parámetros) mas que como parámetros discretos (p.e. medias). Sin embargo, existen diversos métodos estadísticos de estimación que, aunque no cumplen todas las restricciones anteriores, de igual manera y para problemas específicos proporcionan estimadores con propiedades deseables. Además debido a la complejidad de algunos problemas y al exhaustivo requerimiento computacional de los métodos bayesianos, estimadores de esta clase son poco comunes en la práctica.

3.1.2. Estimaciones y estimadores

La estimación involucra el uso de datos muestrales en conjunción con alguna técnica estadística, y se puede llevar a cabo mediante estimación puntual o por intervalo: estimación puntual es la asignación de un valor al parámetro desconocido, estimación por intervalo es una fórmula que dice cómo utilizar los datos de una muestra para calcular un intervalo en el cual con cierto nivel de confianza se encuentra el valor del parámetro. La técnica para estimar los parámetros que definan un modelo teórico que no está disponible, pretendiendo una asociación entre variables de respuesta y variables de predicción no causal, debe proporcionar estimadores con cierta propiedades.

3.1.2.1. Estimadores

Sea δ un grupo de características del sistema que se desean conocer a partir de la observación de la variables x_1, \ldots, x_n , con función de densidad de probabilidad $f(x; \delta)$ y y_1, \ldots, y_n con función de densidad de probabilidad $f(y; \delta)$ observadas en una muestra aleatoria de tamaño n; la estimación de δ a partir de esta muestra se denotará como $\hat{\delta}$.

Las propiedades mas deseables de un estimador son que la distribución de muestreo esté concentrada alrededor del valor del parámetro y que la varianza del estimador sea lo menor posible. El error cuadrático medio resume estas propiedades y es definido como

$$ECM(\delta) = Var(\hat{\delta}) + [\delta - E(\hat{\delta})]^2$$
(3.1)

La calidad de las estimaciones puede medirse en función de exactitud, precisión y consistencia. La exactitud es el grado en que un valor promedio coincide con el valor verdadero de la cantidad de interés; una estimación es exacta cuando no tiene desviaciones –positivas o negativas– del valor verdadero, es decir se han reducido los errores sistemáticos. La precisión está relacionada con la variabilidad de los datos, mientras exista mayor variabilidad, habrá menor precisión; buena precisión significa que se han eliminado los errores aleatorios en el procedimiento de medición. Un estimador es consistente si converge probabilísticamente al valor del parámetro que está estimando, es decir, la estimación se aproxima mas al valor del parámetro cuando el número de observaciones tiende a infinito (ley de los grandes números). Además se habla de estimadores insesgados cuando el valor promedio toma valores muy cercanos al valor real, es decir el sesgo que puede evaluarse mediante el error cuadrático medio es cero. El estimador más eficiente es aquel estimador insesgado con varianza mínima y con la propiedad de que no existe otro estimador insesgado con menor varianza. Así el ECM que es la suma de la varianza y el sesgo describe las propiedades deseables de una estimación.

Los siguientes métodos de estimación puntual (a excepción del (3) y (6)) han sido utilizados, entre otros, para resolver el problema de estimación de los parámetros hipocentrales. Una descripción mas completa de métodos de estimación se encuentra en Draper and Smith (1981).

3.1.2.2. Métodos de estimación puntual

1. Mínimos cuadrados, obtiene la estimación del parámetro que minimiza el error cuadrático medio (Norma L2). El objetivo es minimizar $\sum (d_i - \hat{d}_i)^2$, donde \hat{d}_i son los valores estimados a partir del modelo y d_i son los datos observados, los cuales se asume que tienen asociado un error de medida que es independiente y distribuido normalmente con media μ y varianza σ^2 . La varianza del error es constante entre observaciones, de lo contrario es necesario usar mínimos cuadrados con factores de peso. Se supone que la variabilidad en los datos que no pueda explicarse mediante la ecuación de regresión se debe al error aleatorio, por tanto si la selección de la ecuación es correcta, esta última debe ser mínima. El sistema lineal a resolver es de la forma Gm + e = d; para lo cual es necesario plantear el sistema de ecuaciones normales que toman la forma,

$$(G^T G)m = G^T d (3.2)$$

si $G^T G$ tiene inversa, la solución para m es

$$m = (G^T G)^{-1} G^T d (3.3)$$

Existen diversos métodos para resolver el anterior sistema de ecuaciones, entre ellos métodos de descomposición de la matriz G en una suma de vectores, basándose en el hecho que un objeto de gran dimensión puede ser representado como la suma de productos de bajas dimensiones, lo cual hace mas fácil su análisis. Algunos métodos de descomposición son el método QR que consiste en la descomposición de la matriz G en una matriz triangular superior R y una matriz ortogonal Q, $(Q^T Q = 1)$, se resuelve el sistema $RG = Q^T m$, este método involucra reducir la matriz simétrica a una matriz tridiagonal haciendo n-2 transformaciones ortogonales. Otros métodos son descomposición Cholesky -descompone $G = R^T R$ donde R es una matriz triangular superior, el sistema a resolver es $R^T Rm = d$ -, descomposición LU - descompone G = LU, donde L es una matriz triangular superior y U es una matriz triangular inferior- y descomposición del valor singular SVD. Algunos de estos métodos requieren mas operaciones que otros, y otros son especialmente útiles cuando el sistema está mal condicionado, o en caso de matrices simétricas, y se encuentran explicados en Press et^al. (1997). Además, los parámetros pueden ser estimados utilizando diversas técnicas de optimización (sección 3.3). En la sección 4.1.3.1 (pág. 48) se retoma este método, como una aproximación lineal iterativa, para resolver el problema no lineal de determinación de parámetros hipocentrales y tiempo de origen de un sismo. Otro punto de vista sobre el uso del método de mínimos cuadrados para resolver problemas no lineales es expuesto por Tarantola and Valette (1982a).

- 2. Máxima verosimilitud, selecciona como estimador al valor del parámetro que tiene la propiedad de maximizar el valor de la probabilidad de la muestra aleatoria observada, es decir encuentra el valor de los parámetros que maximizan la función de verosimilitud. La verosimilitud es la función de densidad de probabilidad conjunta de las variables independientes. Una formulación teórica de este método para estimación de parámetros hipocentrales es dada en Rodi and Toksoz (2001).
- 3. Método de Momentos, consiste en igualar los momentos apropiados de la distribución de la población con los correspondientes momentos muestrales, para estimar un parámetro desconocido de la población. El r–ésimo momento se define como

$$\delta_r = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x^r \tag{3.4}$$

así, los cuatro primeros momentos de una variable con función de densidad de probabilidad normal son la media, la varianza, la curtosis y el sesgo, en ese orden.

- 4. Estimación bayesiana, es la conjunción de tres estados de información: información a priori, una función de máxima verosimilitud e información a posteriori. En la sección 4.1.3.2 (pág. 51) se describe el uso de este método aplicado a la determinación de los parámetros hipocentrales y tiempo de origen. Una visión mas general en solución a problemas inversos está dada en Scales and Tenorio (2001).
- Estimadores Robustos, funcionan muy bien para una amplia gama de distribuciones de probabilidad. Obtienen la estimación del parámetro que minimiza el error absoluto (Norma L1), es apropiado cuando la dispersion es grande o cuando hay presentes valores extremos.
- 6. Estimador Jackknife o de punto exacto, especialmente útil en la estimación de medias y varianzas, se basa en remover datos y volver a calcular la estimación. Se obtiene una estimación ŝ_i omitiendo la i-ésima observación y calculando la estimación con las n-1 observaciones restantes. Este cálculo se realiza para cada observación del conjunto de datos, por lo tanto se producen n estimaciones ŝ₁,..., ŝ_n; de la muestra completa se obtiene δ. Un pseudo-valor o estadístico de influencia J_i(ŝ) se determina de

$$J_i(\hat{\delta}) = n\hat{\delta} - (n-1)\hat{\delta}_i \tag{3.5}$$

El estimador *Jackknife* $J(\hat{\delta})$ es alguna combinación lineal de todas las estimaciones, por ejemplo el promedio de los pseudo-valores,

$$J(\hat{\delta}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} J_i(\hat{\delta})$$
(3.6)

con varianza,

$$\hat{\sigma}_{j}^{2} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (J_{i}(\hat{\delta}) - J(\hat{\delta}))^{2}}{n-1}$$
(3.7)

y sesgo,

$$b_i = J(\hat{\delta}) - \hat{\delta} \tag{3.8}$$

3.1.2.3. Métodos de estimación por intervalo

Una ventaja de estimación por intervalo es que muestra la exactitud con que estima el parámetro, a menor longitud del intervalo mayor exactitud en la estimación.Un intervalo de confianza es un rango de valores, centrado en una media muestral \bar{X} , dentro del cual se espera que con un nivel de confianza $(1 - \alpha)$ se encuentre el valor del parámetro en cuestión. Los métodos de estimación por intervalo son el método pivotal y el método general (ver Canavos (1988); Mendenhall and Sincich (1997)).
3.1.3. Validación de modelos y evaluación de resultados

Una vez conocidos los valores de *m*, es necesario realizar una validación de este modelo. Se debe cuantificar qué tan adecuadamente el modelo describe los datos (observaciones o simulaciones) para los cuales fue aplicado y cómo es el ajuste. Antes de proceder a evaluar el modelo obtenido es necesario re–examinar la formulación del problema para detectar posibles errores y determinar la consistencia de las expresiones matemáticas. La siguiente etapa consiste en evaluar algunos estadísticos de prueba como el coeficiente de correlación y los resultados de una prueba F; un análisis de varianza y un análisis de residuos también son de gran utilidad en esta etapa. En la evaluación de resultados se pueden variar los parámetros de entrada y verificar el comportamiento de los resultados, y si es posible, utilizar datos históricos para reconstruir el pasado y comparar éstos con los resultados del modelo. Finalmente es necesario verificar si las condiciones o supuestos iniciales coinciden con los resultados obtenidos, para esto es necesario el uso de pruebas de bondad de ajuste.

Hay dos factores importantes que se debe tener en cuenta en esta etapa;

- Los resultados obtenidos generalmente son el resultado de la conjunción de varios factores como tiempo, dinero y trabajo en grupo; por tanto es importante obtener la mayor cantidad de información y dar a conocer los resultados para que sean de utilidad.
- los valores obtenidos son el resultado de un trabajo consciente, por lo tanto se merecen un análisis real y objetivo.

3.1.3.1. Pruebas de validación del modelo

Al establecer un modelo se tienen dos diferentes fuentes de variación, una fuente de variación debida a la regresión (SCR) y una fuente de variación debida al error (SCE), la variación total (SCT) es la suma de estas dos. La variación se determina de la siguiente manera,

$$SCR = m'G'd - \frac{(\sum d_i)^2}{n}$$
(3.9)

$$SCE = d'd - m'G'd \tag{3.10}$$

$$SCT = d'd - \frac{(\sum d_i)^2}{n}$$
 (3.11)

El coeficiente de correlación o coeficiente de determinación R^2 mide la proporción de variación total de las observaciones con respecto a su media que puede ser atribuida a la recta de regresión estimada y es definido como,

$$R^2 = \frac{SCR}{STC} = 1 - \frac{SCE}{SCT}$$
(3.12)

donde STC representa la variación total con respecto a la media y SCR la porción de variación que es atribuible a un efecto lineal de las variables predictoras sobre las variables de respuesta. Si $R^2 = 1$ puede afirmarse que toda la variación presente en las observaciones es explicada por la presencia de las variables predictoras G en la ecuación de regresión.

Una hipótesis estadística es una afirmación con respecto a alguna característica desconocida del sistema que interesa analizar. Pruebas estadísticas como la prueba F se realizan para probar la hipótesis nula sobre los parámetros $Ho: m_j = 0$ para todo j.

$$F = \frac{SCR/(l-1)}{SCE/(n-l)}$$
(3.13)

es la estadística $F_{(l-1,n-l)}$ con l-1 grados de libertad en el numerador y n-l grados de libertad en el denominador, n es el número de observaciones y l es el número de parámetros. Si F es grande la mayor proporción de variación en los datos es debida a la regresión, la región de rechazo es $F > F_{\alpha}$, para un α determinado. La prueba F es una prueba de idoneidad general del modelo, que dice si los datos proporcionan o no pruebas suficientes que indiquen que el modelo global contribuye con información a la predicción de d.

3.1.3.2. Pruebas de bondad de ajuste

La validación de modelos busca detectar si una distribución de probabilidades supuesta es congruente con un conjunto de datos dado. Para esto se utilizan pruebas de bondad de ajuste tales como la prueba chi-cuadrado o la prueba de Kolmogorov-Smirnov. Sea X_1, \ldots, X_n los resultados obtenidos a partir de una muestra aleatoria de la cual se ha asumido que su distribución de probabilidades está determinada por la función de probabilidad $P_o(X)$ o la función de densidad de probabilidad $F_o(X)$, se plantea la hipótesis nula $Ho : F(X) = F_o(X)$, especificada de manera completa con respecto a todos los parámetros.

La evaluación de este supuesto se hace sobre los datos obtenidos a partir de una muestra de tamaño n los cuales se clasifican en k categorías (en caso discreto, en caso continuo los datos deben ser discretizados), el número de datos que caen en la i-ésima categoría es f_i , $\sum f_i = n$; la frecuencia observada en la i-ésima categoría se compara con e_i , el número de datos que se espera observar en la i-ésima categoría si la hipótesis nula es correcta. Ho es rechazada si existe una diferencia significativa entre lo observado y lo esperado. La prueba de bondad de ajuste Chi-cuadrado (χ^2) es calculada de,

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(f_i - e_i)^2}{e_i}$$
(3.14)

y tiene k - 1 grados de libertad. χ^2 tiende a cero si Ho es cierta. La potencia de la prueba aumenta si el número (k) de categorías aumenta.

La prueba de bondad de ajuste Jarque–Bera (JB) usada para determinar si una muestra tiene

distribución normal con media y varianza no especificadas, corresponde a una prueba Chicuadrado con dos grados de libertad y es definida como,

$$JB = \frac{n}{6} \left[S^2 + \frac{(C-3)^2}{4}\right]$$
(3.15)

donde S es el sesgo, C es la curtosis y n es el tamaño de la muestra.

3.2. Simulación Estadística

La simulación es una técnica de muestreo estadístico controlado (experimentación) que se emplea conjuntamente con un modelo, para obtener respuestas aproximadas a problemas probabilísticos complejos; debe seguir las normas del diseño de experimentos para que los resultados obtenidos puedan conducir a interpretaciones significativas de las relaciones de interés. La construcción y operación de un modelo de simulación permite la observación del comportamiento dinámico de un sistema en condiciones controladas, pudiéndose efectuar experimentos para comprobar alguna hipótesis acerca del sistema bajo estudio. Básicamente se relacionan tres elementos: sistema (parte del mundo real que interesa estudiar), modelo (representación simplificada de un sistema) y computador. Generalidades sobre el tema puede consultarse en Rios et[°]al. (2000); Calderón (1980); Luthe et[°]al. (1982); Ross (1999).

La simulación como cualquier otra técnica, tiene algunas desventajas,

- Los modelos de simulación para computador son costosos y difíciles de construir y validar. En general debe construirse un programa para cada sistema o problema.
- La ejecución del programa de simulación, una vez construido, puede necesitar una gran cantidad de recursos.
- La gente tiende a usar la simulación cuando no es el mejor método de análisis; una vez las personas se familiarizan con la metodología, intentan emplearla en situaciones en que otras técnicas analíticas son más apropiadas.

En general, un estudio de simulación puede dividirse en las siguientes etapas,

- 1. Definición del problema y planificación del estudio, incluye una definición precisa del problema a resolver y de los objetivos del estudio.
- 2. Toma de datos.
- 3. Establecimiento del modelo de simulación, incluye establecer las suposiciones que se deben hacer, y definir el modelo a emplear.

- 4. Ejecución de la simulación. Consideración de las técnicas y metodologías simples y avanzadas requeridas para obtener los resultados de programación. Esto incluye aspectos tales como generación de variables aleatorias, métodos para manejo de variables, precisión de los estimadores, etc.
- 5. Ejecuciones de prueba del modelo.
- 6. Validación del modelo.
- 7. Diseño del experimento de simulación.
- 8. Ejecución del experimento.
- 9. Análisis de los resultados. Uso de técnicas estadísticas y gráficas para interpretar los resultados.

La validación del modelo de simulación se puede llevar a cabo siguiendo las técnicas estándares de los depuradores; una de ellas puede ser depuración por módulos o subrutinas, es decir, descomponer el programa en partes pequeñas y controlables, donde cada una tenga una secuencia lógica, verificando por separado cada parte. Otra técnica útil es el seguimiento o rastreo, en la cual las salidas se imprimen después de la ocurrencia de cada evento, esto permite un seguimiento para determinar si la simulación está funcionando como se esperaba (Ross, 1999).

Los problemas que pueden resolverse mediante simulación se clasifican en probabilísticos y determinísticos. Algunas aplicaciones de la simulación estadística son,

- Técnicas de remuestreo como el Bootstrap y Jackknife permiten comparar las estimaciones usando diferentes tamaños de muestras y poco análisis, pero requieren un gran esfuerzo computacional, por lo cual son mas eficientes si se llevan a cabo mediante simulación.
- En Inferencia bayesiana se requieren métodos eficientes de integración, y cuando los problemas son de alta dimensión, los métodos más eficientes de integración son los basados en simulación.
- Un algoritmo probabilístico es un algoritmo que recibe entre los datos de entrada números aleatorios; así puede producir diferentes resultados con distintos tiempos de ejecución. La simulación permite, por una lado la implementación de algoritmos probabilísticos, y por otro lado el análisis probabilístico de algoritmos.
- Muchos de los problemas tratados con inteligencia artificial son de inferencia y decisión. Por ejemplo la simulación en sistemas expertos probabilísticos –en el cual el conocimiento se representa sobre un dominio en el que hay incertidumbre, mediante

una red probabilística cuyos nodos se asocian a variables aleatorias y cuyos arcos sugieren influencia, asociando a cada nodo una tabla de probabilidades condicionadas– (Rich and Knight, 1994), o la inferencia y predicción en redes neuronales, mediante métodos monte carlo basados en cadenas de Markov –modelos de caja negra que permiten modelar rasgos no lineales en problemas de aproximación, regresión, suavizado, predicción y clasificación– (Hilera and Martinez, 1995).

Aunque los orígenes de la simulación científica se remontan a los trabajos de Student para determinar la distribución de la variable t que lleva su nombre, esta disciplina apareció mas tarde como una técnica numérica llamada métodos de Monte Carlo (Rios et~al., 2000). A continuación se presentaran algunas características, propiedades y utilidades de este método.

3.2.1. Simulación Monte Carlo

El nombre y desarrollo del método se remontan al año 1944; su primera aplicación como herramienta de investigación se dio en el desarrollo de la bomba atómica (estudios de reacción nuclear) durante la II guerra mundial. Sin embargo, el desarrollo sistemático del método como herramienta tuvo que esperar a los trabajos de Harris y H. Kahn, en el año 1948 y de Fermi, N. Metropolis y S. Ulam en ese mismo año. En 1953 N. Metrópolis introdujo el algoritmo Metrópolis, que consiste en una caminata aleatoria sesgada cuyas iteracciones individuales se basan en reglas probabilísticas. Los primeros usos de los métodos Monte Carlo para obtener modelos de la Tierra fueron realizados por Keilis–Borok y Yanovskaya en 1967 y por Press en 1968 (Mosegaard and Tarantola, 2000). Sobre el método Monte Carlo puede consultarse Drakos (1995), Rubinstein (1981), y sobre aplicaciones en geofísica los trabajos de Mosegaard and Tarantola (1995) y Mosegaard et~al. (1997).

Los métodos Monte Carlo son cálculos numéricos que utilizan una secuencia de números aleatorios para llevar a cabo una simulación estadística, con el fin de conocer algunas propiedades estadísticas del sistema. Estos métodos de simulación están en contraste con los métodos numéricos de discretización aplicados para resolver ecuaciones diferenciales parciales que describen el comportamiento de algún sistema físico o matemático. La característica esencial de Monte Carlo es el uso de técnicas de toma de muestras aleatorias para llegar a una solución del problema físico, mientras una solución numérica convencional inicia con un modelo matemático del sistema físico, discretizando las ecuaciones diferenciales para luego resolver un grupo de ecuaciones algebraicas.

Con estos métodos sólo se requiere que el sistema físico o matemático pueda ser descrito mediante una función de densidad de probabilidad, la cual una vez sea postulada o conocida, se requiere una forma rápida y efectiva para generar numeros aleatorios con esa distribución, y así se inicia la simulación haciendo muestreos aleatorios de la misma. Después de múltiples simulaciones, el resultado deseado se toma como el valor promedio de los resultados obtenidos en cada simulación (Fig. 3.2). En muchas aplicaciones prácticas se puede predecir

un error estadístico (varianza) para este promedio y por tanto una estimación del número de simulaciones necesarias para conseguir un error dado. De entre todos los métodos numéricos basados en evaluación de n organismos en espacios de dimensión r, los métodos de Monte Carlo tienen asociado un error absoluto de estimación que decrece como \sqrt{n} mientras que para el resto de métodos tal error decrece en el mejor de los casos como $\sqrt[r]{n}$ (Drakos, 1995). Los métodos Monte Carlo se usan para simular procesos aleatorios o estocásticos, dado que ellos pueden ser descritos como funciones de densidad de probabilidad, aunque con algunas restricciones, ya que muchas aplicaciones no tienen aparente contenido estocástico, tal como la inversión de un sistema de ecuaciones lineales.

Rubinstein (1981) resalta las siguientes diferencias entre simulación y simulación mediante métodos Monte Carlo,

- En el método Monte Carlo el tiempo no es importante, como si lo es es una simulación estocástica.
- Las observaciones en el método Monte Carlo son independientes. En simulación los experimentos dependen del tiempo, de tal manera que las observaciones son correlacionadas.
- En el método Monte Carlo la respuesta se puede expresar como una simple función de las variables aleatorias de entrada, mientras que en simulación la respuesta solo puede ser expresada explícitamente por el propio programa.

En la sección 3.1.1.1 (pág. 19), se describió ampliamente lo que es un sistema. Ahora bien, la respuesta de un sistema puede estar determinada por la sucesión o combinación de estados, los estados pueden cambiar en ciertos instantes de tiempos (de lo contrario es necesario discretizar el tiempo, para llevar a cabo la simulación), los cuales pueden ser síncronos –el paso de un estado a otro depende de un tiempo fijo–, o asíncronos –el cambio de estado depende de la obtención de un suceso, el tiempo es insignificante–. Los métodos de simulación Monte Carlo son aplicados a estos últimos, y dependiendo de la manera como pasan de un estado a otro se clasifican en:

- 1. Métodos basados en cadenas de Markov (el algoritmo Hastings–Metrópolis, el muestreador de Gibbs, temple simulado, muestreo con remuestreo de importancia y Monte Carlo híbrido)
- 2. Métodos independientes (muestreo de importancia y muestreo de rechazo)

Una cadena de Markov es una serie de eventos, en la cual la probabilidad de que ocurra un evento depende del evento inmediatamente anterior, es decir son cadenas con memoria lo cual condiciona las probabilidades de los eventos futuros (probabilidad de transición).



Figura 3.2: Esquematización de una simulación mediante el método Monte Carlo

3.2.2. Determinación del número de muestras

La determinación del tamaño muestral del experimento de simulación (n), es decir el número de veces que se observa el proceso, influye esencialmente en la precisión de la estimación (ver sec. 3.1.2.1), y dado que la precisión de las estimaciones aumenta en proporción directa a \sqrt{n} , es necesario tomar un tamaño de muestra suficientemente grande si se quiere obtener cierta precisión.

En principio, si en un proceso la variable x_i se puede observar n veces (n > 30), los estimadores muestrales de la media \bar{X} y la varianza S^2 se pueden obtener de

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i$$
(3.16)

у

$$S^{2} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (X_{i} - \bar{X})^{2}$$
(3.17)

respectivamente; la precisión de la estimación de \bar{X} puede ser estimada a partir de $\frac{S}{\sqrt{n}}$.

Por el teorema del límite central, se tiene que la distribución muestral de una variable aleatoria tiende a una distribución normal (Z) para una muestra suficientemente grande y la desigualdad de Tchebychev proporciona una cota para la probabilidad de que una variable aleatoria X asuma un valor dentro de k desviaciones estándar alrededor de la media (k > 1). Las k desviaciones son entonces definidas por la distribución de probabilidades normal para un α determinado.

Por lo tanto, en el intervalo de confianza

$$[\bar{X} - z_{\alpha/2} \frac{S}{\sqrt{n}}, \ \bar{X} + z_{\alpha/2} \frac{S}{\sqrt{n}}]$$
 (3.18)

de amplitud $2z_{\alpha/2}\frac{S}{\sqrt{n}}$ con un nivel de confianza de $(1 - \alpha)$ se encuentra el verdadero valor de X.

Ahora bien, fijando un valor aceptable como nivel de confianza $(1 - \alpha)$, y determinando un valor máximo para ϵ , la amplitud del intervalo, se tiene

$$2z_{\alpha/2}\frac{S}{\sqrt{n}} \le \epsilon \tag{3.19}$$

Despejando n de la ecuación anterior se puede obtener una estimación del mínimo tamaño de muestra necesario para obtener estimaciones con un error aceptable d y un nivel de confianza $1 - \alpha$,

$$(2z_{\alpha/2}\frac{S}{\sqrt{\varepsilon}})^2 \le n \tag{3.20}$$

De esta manera, a partir de una muestra piloto suficientemente grande (n > 30) se obtiene una estimación de la varianza de los datos, y de esta forma se puede obtener el tamaño de muestra necesaria para obtener estimadores precisos, dados un nivel de confianza y un error permisible para \bar{X} .

3.2.3. Generación de números aleatorios

Sobre el tema existe múltiple bibliografía y en general se puede consultar cualquier libro de métodos numéricos como por ejemplo Gerald (1991); Chapra and Canale (1999); Press et~al. (1997). Algunos métodos de generación de números aleatorios se basan en el uso de mecanismos físicos, por ejemplo el ruido blanco producido por circuitos electrónicos, el recuento de partículas emitidas, el lanzamiento de monedas, etc. El uso de estos mecanismos es poco conveniente, ya que puede presentar sesgo y dependencias; además una fuente de números aleatorios debe ser reproducible de manera que puedan hacerse réplicas de los experimentos en las mismas condiciones, lo cual implicaría el almacenamiento de los números, que conlleva al posible problema de límite de memoria y lentitud de acceso a los datos.

Otro método de generar números aleatorios es mediante el uso de algoritmos de computador, a pesar de que en principio los computadores son máquinas determinísticas incapaces por sí solas de un comportamiento aleatorio. Existen diversos algoritmos de generación de números aleatorios o pseudo-aleatorios, donde la idea es producir números que parezcan aleatorios, empleando las operaciones aritméticas del computador, partiendo de una semilla inicial. Se busca que la serie generada sea independiente, su generación sea rápida, consuma poca memoria, sea portable, sencilla de implementar, reproducible y suficientemente larga.

La generación de números aleatorios exige contrastar ciertas propiedades estadísticas de la salida. Para ello se realizan pruebas de contraste, como las pruebas de bondad de ajuste χ -cuadrado, Kolmogorov–smirnov, Cramer–von Mises, prueba de rachas y repetición de contrastes. (Ver Rubinstein (1981); Mendenhall and Sincich (1997)).

Los algoritmos de generación se clasifican en:

- generadores congruenciales, siguen la formula recursiva $x_{n+1} = (ax_n + b) \mod m$, donde *a* es el multiplicador, *b* el sesgo, *m* el módulo y x_o la semilla; *a* y *b* son constantes en el intervalo $(0, 1, \ldots, m - 1)$, módulo *m* se refiere al residuo de la división entera por *m*; el período de la serie es m - 1. Una adecuada selección de los parámetros *a*, *b* y *m* generan una sucesión de números suficientemente larga y aleatoria. Estos generadores tienen dos ciclos y la longitud del ciclo depende de los parámetros. Un generador congruencial estándar debe ser de período máximo y su implementación eficiente debe poder ser realizada en aritmética de 32 bits.
- de registro de desplazamiento, son recursivos múltiples o lineales de orden mayor, $x_n = (a_1 x_{n-1} + \ldots + a_k x_{n-k}) \mod m.$
- de Fibonacci retardados, parten de la semilla inicial x₁, x₂, x₃,... y usan la recursión x_{i1} = x_{i-r} △ x_{i-s}, donde r y s son retardos enteros que satisfacen r ≥ s y △ es una operación binaria que puede ser suma, resta, multiplicación, etc.



Figura 3.3: Números aleatorios distribuidos uniformemente en (0,1), generados con la función *rand* de *Matlab*.

- no lineales, para introducir no linealidad se usa un generador con función de transición lineal, produciendo la salida mediante una transformación no lineal del estado, o usando un generador con función de transición no lineal. No producen estructura reticular, sino una estructura altamente no lineal.
- combinación de generadores (empíricos); por ejemplo, si se tienen dos sucesiones aleatorias se puede generar una nueva sucesión combinando los elementos correspondientes de ambas mediante una operación binaria.

Los números aleatorios así generados tienen la forma $u_n = x_n/m$, con distribución uniforme en el intervalo (0, m). Estas series pueden ser escaladas dividiendo cada término entre m para obtener números uniformemente distribuidos en el intervalo (0,1) (Fig. 3.3). A partir de esta distribución se pueden generar series de números aleatorios con la distribución deseada.

3.2.3.1. Generación de números aleatorios con distribución normal

Sean U_1 y U_2 dos series de números aleatorios con distribución uniforme en (0,1). Los siguientes métodos permiten su transformación para obtener series de números aleatorios Z_1 y Z_2 distribuidas normalmente (Fig. 3.4).

• Inversión aproximada: $Z_1 = \frac{U_1^{0,135} - (1 - U_1)^{0,135}}{0,1975}$



Figura 3.4: Números aleatorios con distribución normal con media 0 y desviación estándar 0.1, generados con la función *normrnd* de *Matlab*.

- Box Muller, haciendo $r = \sqrt{-2lnU_1}$, y $\theta = 2\pi U_2$ se generan las variables con distribución normal estándar $Z_1 = r \cos\theta$ y $Z_2 = r \sin\theta$.
- Variante de Marsaglia. Es una variante del método Box Muller, que evita las operaciones de senos y cosenos. Se tiene v₁ = 2U₁ − 1, v₂ = 2U₂ − 1, w = v₁² + v₂², se hace mientras w ≤ 1, c = (−2lnw)/w, y se obtienen las variables con distribución normal estándar Z₁ = cv₁ y Z₂ = cv₂

3.2.3.2. generación de números aleatorios con Matlab

La función para generación de números aleatorios con distribución uniforme en Matlab es *rand*, un generador congruencial multiplicativo con parámetros $m = 2^{31} - 1 = 2147483647$ por la facilidad de implementación y por que es un número primo, $a = 7^5 = 16807$ –ya que 7 es una raíz primitiva de $2^{31} - 1$, se obtiene el máximo periodo– y b = 0, valores recomendados por S. K. Park y K.W. Miller en 1988 en *Random number generators: good ones are hard to find* (Cleve, 1995; Rios et~al., 2000). La función *rand* genera todos los números reales de la forma n/m para $n = 1, \ldots, m - 1$, la serie se repite después de generar m - 1 valores, lo cual es un poco mas de dos billones de números. En un computador Pentium a 75 MHz se puede agotar el período en poco más de 4 horas.

A partir de una serie de números generados aleatoriamente con distribución uniforme en (0, 1) se pueden generar series de números aleatorios con distribución normal. La función de

Matlab para su generación es normrnd (sección 5.1.4, pág. 61)

3.2.4. Análisis estadístico de datos simulados

Como ya se ha mencionado antes, la simulación tiene como objetivo determinar el valor de una cantidad relacionada con un modelo estocástico particular. Una simulación produce datos de salida (X), cuyo valor esperado es la cantidad de interés. Un número n de repeticiones de la simulación produce X_1, \ldots, X_n resultados, los cuales conforman la muestra; el promedio o media muestral (ecuación 3.16) de todos estos resultados proporciona una estimación del valor de interés. La media es un estimador insesgado, ya que su valor esperado es igual al valor del parámetro. Para determinar la bondad de la media como estimación del parámetro, se calcula la varianza de la media muestral (ecuación 3.17), si ésta es pequeña, se dice que la media es un buen estimador del parámetro. Esto es justificado por la desigualdad de *Tchebychev*, ya que para una muestra suficientemente grande, la probabilidad que una variable aleatoria quede a muchas desviaciones estándar de la media es muy pequeña.

3.3. Optimización global y local

La optimización involucra la búsqueda del mínimo o del máximo de una función, y está relacionada con la determinación del mejor resultado u óptima solución al problema. Óptimo es el punto donde la curva es plana, es decir el valor de x donde la primera derivada f'(x)es cero; para determinar si el óptimo es máximo o mínimo se evalúa la segunda derivada, si f''(x) < 0 el punto es un máximo, de lo contrario es un mínimo. En un problema de optimización se requiere

- la definición de una función objetivo
- identificación de las variables de diseño o de predicción
- restricciones o limitaciones reales, es decir bajo las cuales se trabaja (optimización restringida).

Los métodos de optimización pueden ser unidimensionales (una sola variable) o multidimensionales (mas de una variable); restringidos o no restringidos; lineales, no lineales o cuadráticos. A continuación se resumen algunos de los métodos mas comúnmente usados. Estos métodos y otros adicionales pueden ser consultados en Press et~al. (1997); Gerald (1991); Chapra and Canale (1999).

3.3.1. Optimización no restringida

La optimización multidimensional sin restricciones usa métodos directos, los cuales no requieren evaluación de la derivada (o gradiente en caso multidimensional) y métodos indirectos o gradiente (de descenso o ascenso) que requieren la evaluación de la derivada.

3.3.1.1. Métodos directos

Algunos métodos directos son aplicaciones de los métodos de Simulación Monte Carlo al problema de optimización,

- 1. Búsqueda aleatoria pura o fuerza bruta. Evalúa en forma repetida la función mediante la selección aleatoria de valores de la variable independiente. Si un número suficiente de muestras es evaluado, el óptimo será eventualmente localizado. Trabaja en discontinuidades y funciones no diferenciables. Siempre encuentra el óptimo global, pero no es eficiente ya que requiere mucho esfuerzo de implementación dado que no toma en cuenta el comportamiento de la función, ni los resultados de las iteraciones previas para mejorar la velocidad de convergencia. Un ejemplo es la búsqueda por malla (*Grid Search*), donde las dimensiones de x y y se dividen en pequeños incrementos para crear una malla, la función se evalúa en cada nodo: entre mas densa es la malla la probabilidad de localizar el punto óptimo es mayor (Lomax et~al., 2000).
- 2. Multicomienzo, Es una mejora de la búsqueda aleatoria pura. Se genera un número de puntos desde los que se inicia una optimización local, el óptimo local obtenido es propuesto como solución inicial para la optimización global. Un ejemplo de este método es el *Neighborhood Algorithm* (Sambridge and Kennett, 2001) utilizado para resolver el problema de la determinación de los parámetros de un sismo.
- 3. Univariabilidad y búsquedas patrón. Cambia una variable a la vez para mejorar la aproximación, mientras las otras variables se mantienen constantes, así el problema se reduce a una búsqueda unidimensional que se puede resolver por medio de diversos métodos (Newton, de Powell, interpolación cuadrática).
- 4. Otras búsquedas aleatorias son de origen heurístico. Las dos primeras buscan evitar que el algoritmo quede atrapado en un óptimo local,
 - Recocido simulado. Al principio se aceptan todas las transiciones entre soluciones, lo que permite explorar todo el conjunto factible; gradualmente la aceptación de movimientos se hace mas selectiva; finalmente solo se aceptan los movimientos que mejoran la solución actual. Este método permite empeoramiento en la solución mediante reglas probabilísticas. Aplicación de este método al problema de localización hipocentral se encuentra en Billings (1994).

- Búsqueda tabú. Permite el paso de una solución a otra, aún cuando ésta empeore la solución. Para evitar el ciclado se genera una lista en la cual se guarda durante cierto tiempo un atributo que permite identificar la solución o el movimiento realizado, para de esta forma no permitir su realización. Dado que la lista está constituida por atributos y por soluciones o movimientos, el paso a soluciones óptimas podría verse restringido, para evitar esto se utilizan niveles de aspiración, si una solución o movimiento de la lista supera los niveles de aspiración, se permite el movimiento a ella.
- Algoritmos genéticos. Es una variante del método de multicomienzo. Por medio de operaciones que se derivan de los principios de la evolución natural se identifican soluciones prometedoras, a partir de las cuales se puede realizar una optimización local. Son buenos sólo para identificar regiones óptimas, aunque combinados con métodos de búsqueda local pueden encontrar la solución óptima. Billings et al. (1994a) presenta una aplicación de algoritmos genéticos en la estimación hipocentral.
- Redes neuronales artificiales.

3.3.1.2. *Métodos indirectos*

Algunos métodos indirectos son

- 1. Método de pasos ascendente (maximización) o descendente (minimización), determina la mejor dirección de búsqueda (mediante el gradiente) y establece el mejor valor a lo largo de esa dirección.
- 2. Gradiente avanzado, tales como gradiente conjugado, Newton, Marquardt, quasi–Newton o variable métrica. El método de Newton por ejemplo usa cálculo del gradiente a partir de la expansión de la serie de Taylor e inversión de la matriz; converge si el punto inicial está cerca del óptimo. El método Marquardt usa pasos ascendentes mientras está lejos del óptimo, y Newton cuando está cerca del óptimo. El método de localización hipocentral implementado por Geiger en 1910 (Lee and Lahr, 1975) expuesto en la sección 4.1.3.1 utiliza el método indirecto de gradiente conjugado de Newton.

A continuación se muestra un ejemplo que trae Matlab en su *toolbox* de optimización (Fig. 3.5). Consiste en la minimización de la función de *Rosenbrock* $f(x) = 100 * (x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2$. Es usada como ejemplo por la lenta convergencia que presenta con algunos métodos. La función tiene un único mínimo en el punto x = [1, 1] donde f(x) = 0. El ejemplo inicia en el punto x = [-1,9,2]. El número de evaluaciones de la función y de iteraciones son las siguientes: a. Número de iteraciones 13, evaluaciones de la función 55, b. Número de iteraciones 21, evaluaciones de la función 92, c. Número de iteraciones 68, evaluaciones de la función 302, d. Número de iteraciones 109, evaluaciones de la función 201.



Figura 3.5: Minimización de la función *Rosenbrock*. a. Mínimos cuadrados mediante Gauss– Newton, b. Levenberg–Marquardt, c. Pasos Descendentes, d. Método Simplex

3.3.2. Optimización restringida

La optimización multidimensional con restricciones puede ser lineal (la función objetivo y las restricciones son lineales) o no lineal (la función objetivo es no lineal).

- 1. Optimización lineal o programación lineal. El objetivo es, dadas n variables independientes y ciertas restricciones, maximizar la función objetivo $z = a_1x_1, + ... + a_nx_n$. Los resultados que se pueden obtener son: a. solución única, b. soluciones alternas, c. solución no factible, d. problemas sin límite.
 - Solución gráfica. En un problema de dos dimensiones, la solución espacial se define como un plano, las restricciones se trazan sobre este plano como líneas rectas, las cuales delinean el espacio de solución factible; la función objetivo evaluada en un punto se traza como otra línea recta sobrepuesta en este espacio. El valor de la función se ajusta hasta que tome el máximo valor, mientras se conserva dentro del espacio factible. Este valor representa la solución óptima.
 - Método simplex. Se basa en la suposición que la solución óptima está en un punto extremo, la dificultad está en definir numéricamente el espacio de soluciones factibles. Las ecuaciones con restricciones se formulan como igualdades introduciéndolas como variables de holgura. Rabinowitz (2000) implementó un método de localización mediante el método de optimización simplex usando restricciones no lineales.
- 2. Optimización no lineal. Para problemas indirectos se utilizan funciones de penalización, las cuales involucran usar expresiones adicionales para hacer la función objetivo menos óptima en tanto la solución se aproxima a la restricción, así la solución no

será aceptada por violar las restricciones. Para problemas directos se utiliza el método del gradiente reducido generalizado, el cual reduce el problema a uno de optimización no restringida, para ser resuelto con uno de los métodos descritos anteriormente.

3.4. Clasificación de errores

Cualquier medición es una observación indirecta, por lo tanto siempre es necesario llevar a cabo un análisis de errores. El error absoluto de una medida se puede definir como la diferencia entre el valor resultante de una medición y el valor real de la variable que se está observando. Valor verdadero es un concepto ideal y en general no puede ser conocido exactamente, lo mas cercano a éste será una medida tomada con un instrumento estándar de alta calidad o exactitud que presente un error muy reducido, que reduzca el error instrumental a un nivel insignificante con respecto a otras fuentes de error. La variación restante puede ser considerada como una combinación de muchas variables independientes (Baird, 1991).

En sismología instrumental, el proceso de medición suele estar dividido en varias etapas secuenciales, en donde los resultados parciales de una investigación (modelo) se convierten en los datos de entrada (mediciones) en una nueva etapa de análisis. En efecto, partiendo de la observación directa del movimiento del suelo en varias estaciones sismológicas se pueden leer tiempos de llegada de una onda sísmica, los cuales son usados para localizar la fuente de la perturbación (hipocentro). Un conjunto de hipocentros puede ser posteriormente usado para modelar el comportamiento de una falla o, conjuntamente con los tiempos de llegada, para modelar la estructura interna de corteza y manto superior. En este proceso continuo los errores son inevitables y es por eso que se hace indispensable considerarlos explícitamente para reducirlos y compensar sus efectos. Freedman (1968) presenta un completo análisis sobre los diferentes tipos de errores encontrados en mediciones de datos sismológicos.

Si se considera que los errores presentan variabilidad que depende del fenómeno estudiado, que los errores positivos y negativos son igualmente frecuentes (su valor promedio debe estar cercano a cero), que el error total no puede exceder una cantidad razonablemente pequeña, que la probabilidad de un error pequeño es mayor que la de un error grande y que la componente del error en el modelo es un efecto compuesto que representa muchas perturbaciones pequeñas pero aleatorias (las cuales son independientes de la variable de predicción y se deben a factores que no se encuentran incluidos en el modelo), puede entonces suponerse que los errores tienen una distribución de probabilidades normal.

Parte de la incertidumbre puede ser estimada usando métodos estadísticos, mientras que otra parte sólo puede ser determinada de manera subjetiva, usando sentido común o juicio científico sobre la calidad de instrumentos o sobre efectos no tenidos en cuenta explícitamente. De acuerdo a su origen, los errores que se presentan en los procesos directos o indirectos de medición en el problema de localización hipocentral, se clasifican en aleatorios y sistemáticos.

3.4.1. Errores aleatorios

Los errores aleatorios son pequeñas variaciones positivas o negativas producidas por causas desconocidas. Pueden ser cuantificados mediante análisis estadístico, por lo tanto, sus efectos pueden ser determinados. Por lo general los errores aleatorios se asocian con la participación humana en el proceso de medición y pueden deberse a;

- la identificación errónea del patrón que se está observando; como por ejemplo, la no identificación de una fase sísmica por exceso de ruido ambiental cuando ésta llega a la estación. Este error y el error de lectura son independientes.
- error instrumental; por ejemplo, los errores de cronometraje o las variaciones en la respuesta de los instrumentos debido a su deterioro
- error de lectura de tiempos de arribo, es el error residual, el cual puede permanecer aunque los demás errores sean eliminados.

3.4.2. Errores sistemáticos

Los errores sistemáticos se deben a causas identificables. Estos pueden ser corregidos, permanecer constantes o variar en forma previsible y pueden ser clasificados como;

- Instrumentales. debidos a problemas de calibración, daño en los equipos, pérdida de señales durante su transmisión, etc.
- Observacionales, como la mala selección del instrumento, baja calidad de la respuesta instrumental, ajuste incorrecto del cero, etc.
- Naturales. Efecto de campos eléctricos y magnéticos.
- Teóricos. Simplificación de los modelos o aproximaciones en las ecuaciones

Los errores en la determinación de los tiempos de viaje de las ondas sísmicas debidos a un inadecuado modelo de velocidades, por ejemplo, incluyen componentes sistemáticas y aleatorias. Los errores sistemáticos aparecen generalmente cuando la estructura de velocidades no corresponde con las velocidades medias de la estructura real, en una escala comparable a la del modelo; mientras que pequeñas variaciones locales de la estructura, alrededor de los valores del modelo, generan diferencias que pueden ser tratadas como errores aleatorios en la mayoría de los casos.

3.4.3. Errores en la determinación hipocentral

Muchas estimaciones convencionales del error se basan en la aproximación lineal de un grupo de ecuaciones no lineales, aunque la no linealidad pueda ser vista como un diferente tipo de sesgo sistemático cuyo efecto es inseparable del efecto debido a los errores del modelo. Pavlis (1986) propone, sin embargo, que la influencia de la no linealidad probablemente es pequeña para la mayoría de las localizaciones y puede ser controlada en gran parte por sesgo en errores del modelo.

Las fuentes de error durante el proceso de localización son diversas y están presentes en los datos -errores en la medición y en la identificación de fases, diferencias entre el modelo de velocidades y la estructura real-, en los métodos de estimación -estimaciones mediante mínimos cuadrados, por ejemplo, son adecuadas cuando no se violan los supuestos sobre el error (aleatoriedad e independencia)-, y en componentes externos como el número y la distribución de las estaciones con respecto a las fuentes.

4. LOCALIZACIÓN HIPOCENTRAL

El método de localización hipocentral a partir de tiempos de viaje asume una fuente puntual localizada en el punto de inicio de la fractura. Debido a que la velocidad con que se produce la ruptura o fallamiento corresponde, en promedio, a la mitad de la velocidad de propagación de la onda de cizalla -S-, y ésta a su vez es menor que la velocidad de propagación de la onda P -la primera onda en llegar a la estación-, el hipocentro puede ser determinado a partir del tiempo de arribo de la onda P sin tener en cuenta el tamaño y la duración del evento. Además, la información contenida en los primeros segundos del sismograma aún no contiene mezcla de otros tipos de ondas, lo que hace muy fácil su identificación (Fig. 4.4).

Como se planteó en la sección 2.1.4 (pág. 10), el problema de localización hipocentral se formula en un espacio de 4 dimensiones, planteando la ubicación espacial como un sistema de coordenadas cartesianas -X en dirección este-oeste (longitud), Y en dirección norte-sur (latitud) y Z en dirección vertical (profundidad)- y la ubicación temporal T del tiempo de origen. Los datos para una localización hipocentral son los tiempos de arribo de diferentes fases a N estaciones (τ_1, \dots, τ_N), los cuales se obtienen directamente de los registros del evento. Otros parámetros que son importantes para resolver el problema son las coordenadas de las estaciones sísmicas (x_i, y_i, z_i) las cuales son conocidas - por lo tanto se tratan como constantes y no como parámetros-, y los parámetros que describen el modelo de velocidades, estimados a partir del conocimiento del medio -debido al impreciso conocimiento, este modelo no es exacto, por tanto el cálculo teórico de los tiempos de arribo de fases a las estaciones (t_1, \dots, t_N) tampoco lo es. Los parámetros desconocidos del problema son las coordenadas espacio-temporales del foco X, Y, Z y T.

A partir de la teoría de propagación de ondas y de los valores absolutos de velocidad en la región de estudio, se plantea una relación teórica entre tiempos de arribo (datos) y las coordenadas espacio temporales del foco (parámetros) para calcular los tiempos de viaje de las diferentes ondas sísmicas a cada una de las estaciones: por ejemplo, si la estructura de la tierra fuese homogénea, con velocidad de onda constante, el tiempo que tardaría dicha onda para recorrer la distancia comprendida desde el punto de radiación hasta la i-ésima estación está dado por:

$$t_i = \frac{d_i}{v} = \frac{\sqrt{(X - x_i)^2 + (Y - y_i)^2 + (Z - z_i)^2}}{c}$$
(4.1)

donde c es un valor constante que promedia la velocidad de propagación de la onda considerada, d_i es la distancia euclidiana entre dos puntos definida por el Teorema de Pitágoras y t_i es el tiempo de viaje de dicha onda. Note como, aún en el caso más sencillo de una estructura homogénea, los tiempos de viaje t_i no escalan linealmente con las coordenadas espaciales (X, Y y Z). Esto significa que, en el problema de la localización, la función que relaciona las observaciones con el modelo es no lineal.

4.1. Determinación de parámetros hipocentrales y tiempo de origen

La localización espacio temporal de un sismo puede ser llevada a cabo de varias maneras:

- Usando una sola estación de tres componentes (sección 4.1.1).
- Usando un red de estaciones de 1 ó 3 componentes (secciones 4.1.2 y 4.1.3)
- Usando un red de estaciones para localizar conjuntamente un cúmulo de sismos (sección 4.1.4)

Los siguientes son algunos de los métodos.

4.1.1. Mono estación - polarización de la onda P

A partir del registro en una estación de tres componentes es posible obtener una estimación aproximada de los parámetros que identifican un sismo. Dado que el movimiento de partícula



Figura 4.1: Comparición entre polarización mediante el método de covariaza (rojo) y el método de descomposición del valor singular (verde)

de la onda P es polarizado en una sola dirección, el cual es perpendicular a la dirección de propagación, el vector de movimiento de esta onda es usado para inferir la dirección de la fuente. La relación de amplitudes de las dos componentes horizontales (perfectamente polarizadas) es usada para encontrar la dirección del movimiento de partícula o de propagación. En la figura 4.1 se muestra el sismograma de un evento registrado en una estación de tres componentes, rotado radial y tangencialmente; el diagrama de la derecha se conoce como odograma y muestra la dirección de polarización de la onda. Existen diversas técnicas para llevar a cabo este método, tales como covarianza entre las tres señales, descomposición del valor singular y *wavelets* (Magotra et~al., 1987; Franco and Musacchio, 2001). En este méto-



Figura 4.2: Sismograma de tres componentes

do, usando la *ley de omori*, la distancia se obtiene a partir de las diferencias de tiempos de arribo de las ondas P y S (Fig. 4.2). Una vez conocida la distancia se determina el tiempo de viaje y por consiguiente el tiempo de origen.

4.1.2. Método de los círculos - S-P

Si se tienen registros de un sismo en varias estaciones, la localización puede ser determinada usando los tiempos de llegada de las ondas P y S (t_p , t_s respectivamente). Al graficar la diferencia de tiempos ($t_s - t_p$) contra t_p , y ajustar una línea recta a estos puntos, el punto en el cual la recta intercepta el eje de t_p corresponde al tiempo de origen (diagrama de Wadati). A partir de la estimación del tiempo de origen es posible estimar los tiempos de viaje de la onda P a cada estación; el tiempo de recorrido es multiplicado por un valor promedio de viaje de la onda y de esta manera se obtiene la distancia entre la estación y el epicentro.

Sobre un mapa se dibujan circunferencias de radio igual a la distancia calculada para cada estación, el epicentro es ubicado en el punto donde se intersectan las circunferencias; aunque como difícilmente las curvas coinciden en un punto, el epicentro es ubicado en el centro del área (Fig. 4.3). Para sismos superficiales, el tamaño de esta área define la imprecisión de la localización, pero también está relacionado con la profundidad focal (Lay and Wallace, 1995). Este método de localización gráfico fue usado desde los primeros registros instrumentales y

durante muchos años, hasta la implementación de algoritmos computacionales para resolver este problema.



Figura 4.3: Determinación de los parámetros hipocentrales mediante el método de los círculos

4.1.3. Otros métodos de estimación para el problema de localización

Para resolver el problema de la localización usando una red de estaciones se han desarrollado numerosos algoritmos; cada modificación depende de los supuestos con respecto a la naturaleza de la incertidumbre del modelo de velocidades, de la calidad de las observaciones y de las técnicas de inversión. De manera general, se pueden clasificar así,

- 1. Se asume el problema como la linealización de un problema no lineal, (secciones 3.1.2.2 y 3.3).
 - usando métodos de optimización con evaluación de derivadas parciales y procesos iterativos: minimizando las diferencias entre los valores observados y los valores obtenidos usando el modelo teórico, bien sea usando la suma de las diferencias al cuadrado (mínimos cuadrados o Norma L2) o mediante estimación robusta, que minimiza la suma de los valores absolutos de esas diferencias (mínimos absolutos o Norma L1). Esto puede ser mediante descomposición del valor singular, si el número de observaciones es menor que el número de parámetros, o mediante otro método de descomposición dependiendo de la forma de la matriz; o mediante

inversión de matrices como por ejemplo usando la inversa generalizada; o usando métodos que involucran el cálculo del gradiente; o usando combinaciones de algunos de ellos.

- 2. mediante determinación probabilística, en la cual se plantean funciones de densidad de probabilidad para los parámetros desconocidos
 - estimadores puntuales de máxima verosimilitud
 - estimadores puntuales bayesianos
 - métodos de simulación o estimación bruta, tales como búsqueda aleatoria pura, multicomienzo, recocido simulado, algoritmos genéticos y redes neuronales.

A pesar de existir innumerables metodologías para localización de sismos, este problema continua siendo una componente importante de la investigación sismológica debido a la necesidad de mejorar las localizaciones para su uso posterior, como por ejemplo para tomografía sísmica.

4.1.3.1. Estimación no lineal, mediante Mínimos Cuadrados

El método Gauss-Newton fue introducido al problema de localización hipocentral en 1912 por Geiger (Lee and Stewart, 1981) para la implementación de su algoritmo, el cual usa una aproximación lineal iterativa al problema no lineal mediante la aplicación de mínimos cuadrados ponderados, cuyo objetivo es minimizar la suma de cuadrados de los residuales entre los tiempos de arribo observados (τ_i) y los tiempos de arribo calculados (t_i), para un grupo de estaciones. Este método formula una relación lineal entre los parámetros y los datos de la forma Gm = d, y asume una componente de error aleatorio que corresponde a desviaciones de los datos con respecto al modelo.

Se tiene un grupo de tiempos de arribo τ_i observados en *i* estaciones con coordenadas x_i , y_i y z_i (Fig. 4.4). Se calcula -usando el modelo de velocidades- el valor teórico de la trayectoria de onda t_i de un hipocentro hipotético con posiciones X_h , Y_h , Z_h y tiempo de origen T_h a cada una de las estaciones. El residual del tiempo de arribo en la i-ésima estación, r_i , se define como la diferencia entre el tiempo de arribo observado, el tiempo de arribo teórico y el tiempo de origen, esto es $r_i = \tau_i - t_i - T$. La función a minimizar usando mínimos cuadrados es

$$f(\chi) = \sum_{i=1}^{n} (r_i)^2 = \sum_{i=1}^{n} (\tau_i - (t_i - T))^2$$
(4.2)

Durante el proceso de localización, los valores de la variables iniciales (X_h, Y_h, Z_h, T_h) van a tomar diferentes valores: uno cada que se haga un ajuste, y un ajuste se realiza en cada iteración. Esta técnica se basa en la expansión en series de Taylor de la función no lineal,



Figura 4.4: Identificación de tiempos de arribo de las ondas P y S en diferentes estaciones

considerando sólo los términos que incluyen derivadas parciales de primer y segundo orden (Gauss-Newton). El objetivo de la optimización es encontrar después de k iteraciones los valores para $\chi = (X, Y, Z, T)$ que proporcionen el mínimo valor para $f(\chi)$ (Fig. 4.5). La relación lineal Gm = d en donde G es la matriz Jacobiana, cuyos elementos son las derivadas parciales espaciales de los tiempos de recorrido del hipocentro hipotético a cada una de las estaciones, con respecto a las 4 variables del modelo, es

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial T_1}{\partial x_1} |_{\chi} & \frac{\partial T_1}{\partial y_1} |_{\chi} & \frac{\partial T_1}{\partial z_1} |_{\chi} & 1\\ \frac{\partial T_2}{\partial x_2} |_{\chi} & \frac{\partial T_2}{\partial y_2} |_{\chi} & \frac{\partial T_2}{\partial z_2} |_{\chi} & 1\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ \frac{\partial T_n}{\partial x_n} |_{\chi} & \frac{\partial T_n}{\partial y_n} |_{\chi} & \frac{\partial T_n}{\partial z_n} |_{\chi} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta_x\\ \delta_y\\ \delta_z\\ \delta_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tau_1\\ \tau_2\\ \vdots\\ \tau_n \end{pmatrix}$$
(4.3)

En este caso el método Gauss-Newton resuelve el sistema de ecuaciones lineales,

$$G^T G m = G^T d \tag{4.4}$$

en cada iteración.

Las observaciones por estación son ponderadas, de acuerdo a la incertidumbre en la lectura p_i del sismograma *i* el cual se determina directamente del sismograma -lecturas mas precisas corresponden a pequeños valores de p_i -, y en cada iteración, de acuerdo a la distancia $D_i = \sqrt{(\hat{x} - x_i)^2 + (\hat{y} - y_i)^2}$ entre cada estación y el hipocentro, estimada a partir de la localización obtenida en esta iteración. De esta manera, estaciones mas lejanas al evento y estaciones con lecturas deficientes tienen menor peso. La ponderación w_i para la i-ésima estación es inversamente proporcional a $p_i^2 \left[1 + \left(\frac{r_i}{100}\right)\right]^2$. El proceso iterativo es finalizado cuando la suma de los cuadrados de los residuales $(f(\chi))$ converge a algún valor predefinido o cuando un número máximo de iteraciones es alcanzado. En principio, el método fue apli-



Figura 4.5: Ejemplo de localización iterativa. Número de iteraciones 6

cado para el primer arribo de la onda P, debido a que esta fase es la más fácil de identificar en los sismogramas y a que su estructura de velocidad de propagación es mas conocida; más tarde, y con algunas modificaciones al planteamiento inicial, fue posible usar otras fases tales como S, Pn, etc., como también tiempos absolutos usando la diferencia S-P. Sin embargo, es necesario tener cuidado al usar otras fases, debido a que son mas difíciles de identificar en los sismogramas y a que el cálculo de tiempos de recorrido teóricos son menos precisos ya que su estructura de velocidad de propagación se conoce, pero con mayor incertidumbre.

4.1.3.2. Localización probabilística

La localización probabilística se refiere a la formulación y solución del problema usando estadística bayesiana, la cual se usa para modificar el grado de conocimiento con respecto a los resultados de un fenómeno al tenerse nueva información. Información a priori se refiere a lo que se cree o se asume con respecto a las variables de interés antes de tener información a partir de una muestra. La función de máxima verosimilitud representa el grado de concordancia entre los valores obtenidos con una muestra y la información a priori. Información a posteriori se refiere al grado de conocimiento modificado después de obtener información muestral (Mendenhall and Sincich, 1997; Canavos, 1988).

Como se plantea en 3.1.1.3, página 21, la relación teórica entre datos (d) e incógnitas o parámetros del modelo (m) puede ser escrita como F(d, m), donde $m = \chi = X, Y, Z, T$ son las coordenadas hipocentrales y el tiempo de origen, d son los tiempos de arribo observados con matriz de covarianza C_t , mientras que los tiempos calculados tienen matriz de covarianza C_T .

Si se asume una distribución normal de los errores en el modelo de velocidades, la función de densidad de probabilidad teórica puede escribirse como,

$$F(d|\chi) = \theta(d|\chi) = e^{-\frac{1}{2}[d - f(\chi)]' C_T^{-1}[d - f(\chi)]}$$
(4.5)

asumiendo ahora que los datos poseen una estructura normal (información a priori de los datos), con t_o el vector de valores medios, la función de densidad de probabilidad para los datos es

$$\rho(d) = e^{-\frac{1}{2}(d-t_o)'C_t^{-1}(d-t_o)}$$
(4.6)

y que $\rho(\chi)$ es la información a priori sobre sobre los parámetros del modelo, la función de densidad de probabilidad para los parámetros (coordenadas hipocentrales) estará entonces dada por

$$\sigma(P) = \rho(\chi) \int \rho(d)\theta(d|\chi)dd$$
(4.7)

de la cual se obtiene la función de densidad de probabilidad a posteriori para las coordenadas espaciales,

$$\sigma(\chi) = \rho(\chi) e^{-\frac{1}{2}[t_o - f(\chi)]'(C_T + C_t)^{-1}[t_o - f(\chi)]}$$
(4.8)

 $\sigma(\chi)$ puede ser evaluada con los tiempos de arribo observados y a partir de información a priori sobre la localización del evento en una red muy fina. Los valores de los parámetros que maximizan la función de máxima verosimilitud o que minimizan la suma de los residuales al cuadrado son los óptimos. Esta función que es básicamente combinación de información (información experimental o datos, información a priori sobre los parámetros e información teórica), proporciona la solución general para el problema espacio temporal de localización hipocentral, en el caso de datos con distribución normal. Esta solución no contiene ninguna

aproximación lineal, y proporciona estimadores únicos y consistentes. Mosegaard and Tarantola (2000) propusieron este método como mejor solución para resolver el problema de localización de sismos.

4.1.4. Determinación conjunta de hipocentros

Para una estación sismológica determinada, el error en los tiempos de viaje teóricos se deben principalmente a inexactitudes en el modelo de velocidades asumido, las cuales pueden presentarse cerca a la fuente, cerca a la estación o a lo largo de la trayectoria de la onda. Por lo tanto, si un grupo de sismos ocurre con mas o menos la misma localización espacial (cúmulo) es posible reducir conjuntamente los errores en el modelo idealizado, determinando una corrección por estación que tenga en cuenta las inexactitudes del modelo a lo largo del recorrido entre la fuente y cada estación. Es decir, para un grupo de sismos y una red de estaciones se estima cada hipocentro y finalmente se obtiene un factor de corrección para cada estación (Douglas, 1967). Los esquemas de inversión para resolver el sistema de ecuaciones en este caso generalmente usan descomposición del valor singular. Las localizaciones relativas usando el método de determinación conjunta son mejores que las localizaciones individuales determinadas usando mas completos y complejos modelos de velocidad (Lay and Wallace, 1995).

4.2. Estimación de tiempos de viaje

Una estructura de velocidad es un modelo regional generalizado de la Tierra, que representa la estructura de la Tierra en capas, las cuales se asume que tienen diferentes velocidades sísmicas entre sí. Puede ser inferida mediante inversión de curvas de dispersión de tiempos de viaje, a partir de tiempos de arribo de varias ondas sísmicas (generalmente P y S) observados en diferentes puntos como una función de la distancia usando un modelo de la Tierra por capas.

En 1939 Jeffreys compiló los tiempos de viaje de cientos de arribos de ondas sísmicas y a partir de ellas desarrolló curvas de tiempos de viaje para la Tierra, desde la superficie hasta el centro. Estas tablas se conocen como *Jeffreys - Bullen Tables* y predicen los tiempos de arribo de ondas telesísmicas P a cualquier punto en la superficie de la Tierra con exactitud del 0.2 %, limitado por la existencia de variaciones tridimensionales en las estructuras no tenidas en cuenta por los modelos asumidos para su elaboración. Estas tablas se usan rutinariamente para localización global de sismos (Lay and Wallace, 1995).

En 1981 Dziewonski y Anderson diseñaron un modelo de velocidades (PREM, Preliminary Reference Earth Model, Fig 4.6) con el fin de ajustar un variado grupo de datos (oscilaciones libres, dispersión de ondas superficiales, tiempos de viaje de ondas de cuerpo y datos de



Figura 4.6: Modelo PREM de velocidad para las ondas P y S en función de la profundidad

masa, momento e inercia). Este modelo de velocidades proporciona además densidad y atenuación en función de la profundidad. Los modelos actuales de la Tierra tienen valores que son razonablemente cercanos a los valores contenidos en PREM (Shearer, 1999).

Estos son entre otros, modelos globales obtenidos a partir de observaciones en diferentes puntos de la Tierra y de aplicación en localización global. Sin embargo, cada observatorio sismológico construye a partir de sus propias observaciones los modelos de velocidad que mejor representen la estructura de su región.

4.3. Factores que influyen en errores de localización

La estimación hipocentral mediante mínimos cuadrados (sección 4.1.3.1, pág. 48), usada actualmente en el OSSO para la determinación rutinaria de hipocentros, plantea una relación lineal de la forma d = Gm + e donde e es el error, el cual puede ser visto como una combinación de varios términos. El método de mínimos cuadrados es apropiado cuando los errores son independientes y aleatorios, pero su aplicación puede dar desproporcionada ponderación a datos con grandes errores y distorsionar la solución. En efecto, errores grandes en los datos tienden a ser distribuidos uniformemente entre las observaciones, de tal forma que los errores grandes se propaguen casi uniformemente en todas las estaciones, obteniéndose pequeñas desviaciones de los datos con respecto a las estimaciones, por lo que, obtener bajos residuales en una estimación no implica necesariamente una buena solución.

La incertidumbre en las localizaciones obtenidas con este método se debe principalmente a errores en la medición de los tiempos de arribo de las diferentes fases, a la incorrecta identificación de las mismas y a las diferencias entre el modelo de velocidades que se usa para estimar los tiempo de viaje y la estructura real. La mala localización de eventos inducida por aquellas fuentes de error es afectada por el número y distribución espacial de estaciones que registran un evento, lográndose una mejor localización cuando se dispone de un suficiente número de observaciones. En resumen, la exactitud, precisión y consistencia en la estimación de los parámetros de localización dependen de los siguientes factores,

- número y distribución espacial de las estaciones con respecto al sismo,
- la cantidad y calidad de los tiempos de arribo observados,
- la precisión del modelo de velocidades usado para calcular los tiempos teóricos de viaje,
- del método de estimación y los supuestos involucrados en el mismo

4.3.1. Optimización de la red de observación

Una red sismológica regional permanente está constituida por estaciones remotas, dotadas con sismómetros de alta sensibilidad y ubicadas a distancias inferiores a los 100 km de las fuentes sísmicas de interés. Si además existe y se quiere monitorear actividad sísmica superficial, por ejemplo en los primeros 10 km de la corteza, el espaciamiento entre estaciones debe reducirse al menos a 20 km (Aki and Richards, 1980). Las estaciones generalmente transmiten los valores observados a una estación central, en donde se recibe -generalmente en tiempo real-, se acopia y se procesa la información.

Si el número y la cobertura azimutal de las estaciones que registran un sismo son adecuados (por ejemplo, mínimo 4 estaciones con un ángulo máximo entre el epicentro y dos estaciones consecutivas menor a 90°) y si al menos una de las estaciones está localizada a una distancia epicentral menor que la profundidad focal, entonces basta con observar la llegada de la onda P para obtener una adecuada localización; en caso contrario, se requiere la identificación de fases secundarias para hacer una estimación del hipocentro y del tiempo de origen del evento.

En general, las estaciones deben estar distribuidas de tal forma que rodeen el sismo; en caso contrario, cuando el sismo ocurre fuera de la red, los elementos de la columna $\partial T_i/\partial x$ y los correspondientes elementos de la columna $\partial T_i/\partial y$ pueden ser proporcionalmente cercanos unos a otros. Dado que el rango de una matriz (número de filas linealmente independientes) debe ser mayor al número de incógnitas, si una matriz tiene una fila que es casi una combinación lineal de otras, esta matriz presentará un rango defectivo con un valor singular muy

pequeño y el sistema tendrá infinitas soluciones con errores que se aproximan al mínimo absoluto. Dado que los elementos de la matriz G dependen del modelo de velocidades y de la distribución espacial de las estaciones respecto al hipocentro, la distribución relativa de las estaciones con respecto a los sismos es muy importante para decidir si un sismo puede o no ser localizado con una red determinada. En efecto, si la distribución de estaciones es pobre respecto a la ubicación del sismo de interés, no basta con tener un número mayor de datos que de incógnitas para resolver el problema, pues en general la matriz G que resulta en este caso es una matriz mal condicionada. De igual manera, dado que las estaciones están ubicadas en la superficie de la tierra, el parámetro más difícil de determinar es la profundidad focal.

Uhrhammer (1980) propuso un método para determinar el número mínimo de estaciones necesarios para determinar hipocentros con cierta exactitud en una determinada región. El método consiste en construir matrices de correlaciones llamadas de ignorancia y de incertidumbre, a partir de los parámetros hipocentrales. Estas matrices permiten determinar el área en la cual la incertidumbre de los parámetros hipocentrales es suficientemente pequeña y proporciona además información sobre cuáles observaciones son redundantes o suministran poca o mayor información. Un análisis del método fue llevado a cabo con una red conformada por 4 estaciones, 3 de ellas son los vértices de un triángulo equilátero y la cuarta a una distancia de 10 km de cada una de ellas, proporcionando tiempos de llegada de las ondas P y S para cada estación y usando un modelo de velocidad constante. Este método permite comparar varias geometrías de red para determinar sus respectivas ventajas y desventajas. El método considera una configuración óptima cuando todas las observaciones minimizan la incertidumbre en los parámetros hipocentrales.

Rabinowitz and Steinberg (1990) aplicaron teoría estadística del diseño de experimentos (estimación de parámetros con máxima resolución) para obtener la óptima configuración de una red, es decir una que proporcione máxima precisión para el monitoreo de un punto fuente. El esquema de optimización propuesto se basa en el algoritmo DETMAX (Mitchell, 1974), el cual genera una red inicial seleccionando n sitios aleatoriamente de una lista de estaciones candidatas, la red es modificada secuencialmente adicionando sitios de la lista y removiendo otros hasta lograr la maximización del determinante de G^TG (criterio D). Este procedimiento puede ser aplicado a redes locales, regionales o globales y es útil para encontrar el sitio óptimo si se quiere adicionar una nueva estación a una red existente. También mide la eficacia de cada estación por el incremento relativo en el determinante de la red debido a la inclusión de cada una de ellas y proporciona información sobre el número de estaciones necesarias para el monitoreo de una fuente.

Steinberg et^al. (1995) retomaron el trabajo anterior y generalizaron su aplicación para el óptimo monitoreo de diversos sistemas de fallas y fuentes múltiples, justificado por el hecho que fuentes sísmicas no corresponden a simples puntos. El procedimiento es el mismo, pero se lleva a cabo utilizando información de múltiples fuentes. En su artículo presentaron dos ejemplos no teóricos para ilustrar el método y un tercero aplicado a un grupo de 17 estaciones de la red sismológica de Israel. Para diferentes redes -en número- de estaciones sismológicas

encontraron diferencias significativas en las localizaciones, lo cual fue atribuido a anomalías en la estructura local de velocidades. Encontraron que redes que son óptimas con respecto a precisión estadística pueden cubrir eficazmente fuentes potenciales y por lo tanto reducir errores relacionados a desviaciones del modelo.

Gupta et al. (1973) plantearon que la precisión de una red sísmica, en cuanto a localización de terremotos, puede estimarse calculando la distribución relativa de los errores en la determinación de cada uno de los parámetros, usando un modelo simplificado de la Tierra. Aplicando el método de simulación Monte Carlo con 200 muestras, los autores modelaron el proceso del registro de las ondas sísmicas, asumiendo errores normalmente distribuidos, velocidad de propagación de la onda P constante e igual profundidad de los focos a través de los cálculos (25 km). Mediante el análisis de estos datos, determinaron la precisión de la red sismológica de la India, teniendo en cuenta también la capacidad de detección, para localizar eventos de magnitudes 5.0, 4.5 y 4.0. García (1986) siguiendo el trabajo anterior determinó la precisión relativa de la red española en la localización de terremotos de la región. Utiliza los mismos criterios y parámetros de Gupta et al. (1973) y realiza la simulación para sismos con profundidad de 10 km.

4.3.2. Evaluación del modelo de velocidades

Dado que el proceso de localización requiere la evaluación de tiempos de viaje de una onda sísmica a partir de un modelo de la estructura de la tierra, los sismos son localizados con modelos de velocidad simplificados, es decir con solo información limitada de la estructura real. Generalmente estos mode los asumen un conjunto de capas horizontales, ignorando el posible efecto de las variaciones laterales de velocidad. En la práctica esto se debe al poco conocimiento que se tiene sobre la estructura de velocidades y a la dificultad de trazar rayos sísmicos en medios heterogéneos. Como resultado se obtienen localizaciones sesgadas.

Billings et al. (1994b) plantean que tanto los errores de lectura como los errores del modelo de velocidades influencian las estimaciones y que es difícil separar sus efectos. Sin embargo, proponen dos métodos para el análisis de ellos usado simulación Monte Carlo (el método usado para el análisis de los errores de lectura se explica en la sección 4.3.3). Para determinar el efecto de la heterogeneidad lateral de la Tierra, la cual no es tenida en cuenta en los mode-los de velocidad unidimensional, el evento fue relocalizado usando diferentes combinaciones de fases y geometrías de red. Encontraron que ambos mecanismos tienen gran influencia en las localizaciones, y que tanto el número como el tipo de fase son importantes para la determinación de la profundidad focal. Encontraron una gran discrepancia entre las localizaciones producidas usando fases P y las producidas usando fases P y pP (35 km en profundidad y de 12.5 km en epicentro), la cual resulta de imperfecciones en el modelo de velocidades debidas a la relativa insensibilidad de la onda P a cambios en profundidad, ya que éstos son absorbidos por cambios en la longitud de la trayectoria del rayo, teniendo un pequeño efecto en el tiempo de viaje. Por tanto recomiendan el uso de fases adicionales tales como pP ya que son

fases sensitivas a cambios en profundidad.

En un trabajo anterior, der Hilst and Engdahl (1992) estudiaron un gran número de eventos del International Seismological Centre (ISC) y encontraron que las profundidades estimadas usando fases P y pP eran bastante diferentes a las obtenidas usando sólo fases P. La diferencia en profundidades, es decir, el sesgo fue particularmente evidente en zonas de subducción donde los heterogeneidades laterales en velocidad son importantes.

Iversen and Lees (1996) plantean que para un grupo de sismos que ocurren muy cerca unos a otros y que son registrados por numerosas estaciones, es posible definir un estadístico por estación que identifique anomalías del modelo de velocidades, determinando la contribución o influencia de cada estación al sesgo o error en la localización. Este estimador se basa en el método estadístico de remuestreo Jackknife y consiste en tomar un grupo de sismos con un suficiente número de observaciones; cada sismo es relocalizado eliminando una estación a la vez, comparando la relocalización con la localización inicial se calcula el sesgo por estación, este procedimiento se lleva a cabo para todo el grupo de sismos; finalmente se estudia la distribución del sesgo por estación entre eventos, la cual se espera que esté centrada alrededor de la media y que tenga varianza constante. El método fue aplicado a dos grupos de sismos: un grupo de 81 sismos de la región de Mount St Helens ocurridos entre 1987 y 1991 y otro grupo de 113 sismos correspondientes a réplicas del sismo de Joshua Tree de 1992. Con este último grupo comparan además resultados obtenidos con un modelo unidimensional y uno tridimensional. Encontraron que tanto el modelo unidimensional como el tridimensional usados en la región de Mount St Helens no modelan adecuadamente la estructura de velocidades regional. Para la secuencia de sismos de Joshua Tree encontraron satisfactorio el modelo de velocidades tridimensional.

4.3.3. Errores en las observaciones

Los errores en los datos primarios, tales como tiempos de arribo o amplitudes, los cuales son leídos directamente del sismograma se comportan de una manera relativamente simple. Para tiempos de llegada de fases impulsivas obtenidas en registros análogos los errores son aproximadamente gaussianos (Buland, 1976), mientras que en lecturas de fases emergentes los errores tienen una distribución sesgada debido a la tendencia de leer llegadas débiles demasiado tarde (Anderson, 1982). Si durante la interpretación de los datos se dispone de muchas mediciones, los errores de lectura pueden ser tratados como normalmente distribuidos con media cero y varianza constante.

Billings et~al. (1994b) proponen un análisis de error usando un técnicas Monte Carlo ya que éstas manejan bien la no linealidad del problema. El procedimiento fue diseñado para ser usado con algoritmos de localización que usan estimadores de máxima verosimilitud. El método usual consiste en perturbar los tiempos de arribo con números aleatorios tomados de una distribución normal con media cero y desviación estándar de 0.25 segundos y de esta manera el evento es relocalizado. Los autores realizaron dos modificaciones al procedimiento usual: por una lado la simulación no se llevó a cabo generando fases aleatorias a partir del epicentro determinado inicialmente, con el fin de evitar la inclusión de errores debidos al modelo de velocidades usado para generar las fases sintéticas sino que adicionaron errores aleatorios a las lecturas previas; por otro lado, la distribución de los errores usados para perturbar los datos debería ser la misma usada en la estimación inicial, pero dado que la combinación de ambos tipos de errores no sigue la misma distribución que los errores de lectura, usaron una distribución de errores asociados con una norma L1.25 para la localización de los eventos. El procedimiento fue repetido 500 veces para obtener un cúmulo de localizaciones, las cuales fueron usadas para investigar la influencia de los errores de lectura en la determinación hipocentral. Encontraron que el efecto de estos errores es menor que el causado por otras fuentes de error tales como número y tipo de fases o modelo de velocidades; además para una más rápida convergencia usaron como solución inicial el hipocentro sin perturbaciones, dado que se espera que los errores de lectura no muevan el epicentro grandes distancias. El procedimiento fue llevado a cabo para un evento en los límites entre Iran-Iraq, con 307 observaciones. Las localizaciones perturbadas difieren entre sí por menos de 4.5 km en epicentro, 6 km en profundidad y 0,75 segundos en tiempo de origen. Encontraron además una fuerte correlación entre la profundidad y el tiempo de origen.

Rodi and Toksoz (2001) retomando el trabajo de Billings et~al. (1994b), repitieron el análisis, asumiendo dos distribuciones para los errores de lectura: distribución normal y distribución exponencial. El objetivo del trabajo era obtener una estimación óptima usando una función de máxima verosimilitud, a partir de la cual obtienen regiones de confianza en términos de pruebas de hipótesis aplicadas a las relaciones de verosimilitud. La función de verosimilitud es dada en términos de un modelo probabilístico para los diferentes tipos de error en los datos sísmicos, lo cual permite implementar errores que no tengan distribución normal y errores espacialmente correlacionados en las tablas de tiempos de viaje, además no hace necesario asumir restricciones de linealidad entre los tiempos de viaje y la localización; para esto usan técnicas de simulación Monte Carlo y búsqueda exhaustiva. Este método fue aplicado a una secuencia de sismos del terremoto de Racha de 1991.

5. METODOLOGÍA Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

En sismología observacional donde no es posible tener réplicas experimentales reales que permitan una estimación apropiada del error, es necesario evaluar la incertidumbre de las estimaciones usando el conocimiento del fenómeno, conjugado con técnicas estadísticas apropiadas. Aquí entra a desempeñar un papel importante la simulación estadística. Con la implementación y desarrollo de una simulación, se pretende dar una estimación puntual de los parámetros desconocidos del modelo que simula el sistema de interés, proporcionando una idea de la precisión de la estimación, mediante el error cuadrático medio o mediante intervalos de confianza.

Como ya ha sido mencionado, este trabajo fue llevado a cabo con datos obtenidos por el Observatorio Sismológico del SurOccidente durante un periodo de mas de 15 años de observación constante del Sur Occidente del país con su red regional. De manera alterna se usó información obtenida de otra fuente, que corresponde a una red de observación sismológica privada, que será denominada red local. De esta manera se mira el problema desde dos ópticas diferentes permitiendo en algunos casos la comparación de resultados entre dos tipos de redes diferentes: red regional vs. red local.

5.1. Errores debidos a la configuración de red

De acuerdo con los trabajos realizados por Gupta et~al. (1973) y García (1986) se implementó una simulación Monte Carlo con el objetivo de analizar los efectos de la configuración actual de dos redes independientes sobre los errores al estimar parámetros de ubicación espacio–temporal de posible sismicidad en el área de interés. A continuación se clasifican los diferentes pasos realizados para llevar a cabo el estudio de simulación.

5.1.1. Definición del problema

El problema consiste en determinar, con base en una red de observación sismológica preexistente, la calidad de la estimación de los parámetros hipocentrales y el tiempo de origen para un área de interés, teniendo como factor de influencia la configuración de la red, es decir, la ubicación en conjunto de las estaciones sismológicas. El área está definida de la siguiente manera:

- Red Regional, se determinó como región de interés, el área cubierta por las estaciones, que va desde 77.5W 75.0W en longitud y desde 1.5N 6.0N en latitud.
- Red local, de la misma manera se determinó como área de interés la comprendida entre 1.07E a 0.96W en longitud y 14.496N a 14.586N en latitud.

5.1.2. Datos iniciales

Para el análisis de cada red, la información de entrada no variable son las coordenadas de las estaciones sismológicas y un modelo de velocidades plano, es decir un valor promedio de la velocidad de propagación de las ondas sísmicas para cierto rango de profundidad.

 Red Regional. Velocidad de propagación promedio de la onda P entre 0 y 30 km de profundidad: 6.5 km/s. Las coordenadas de las estaciones son las siguientes

Estación	Latitud(y, en grados)	Longitud(x, en grados)	elevación(z, en km)
HOB	4.388	-76.146	1.152
ANC	3.515	-76.867	0.540
HOQ	3.468	-76.634	2.220
DIA	3.291	-76.197	1.520
PUR	2.337	-76.398	4.260
SAL	2.967	-76.695	1.430
CLM	3.881	-76.563	1.480
AZU	3.685	-76.139	3.750
PEI	4.861	-75.723	2.093
TAT	5.127	-75.997	2.220
SIL	2.685	-76.337	3.210

 Red local. Velocidad de propagación promedio de la onda P entre 0 y 30 km de profundidad: 6.5 km/s. Las coordenadas de las estaciones son las siguientes

Estación	Latitud(y, en grados)	Longitud(x, en grados)	elevación(z, en km)
LAA	-1.0331	14.5185	0.671
LBB	-1.0063	14.5369	0.384
LCC	-0.9827	14.5483	0.390
LDD	-1.0212	14.5281	0.396
LEE	-1.0174	14.5419	0.505
LFF	-1.0418	14.5309	0.627
LGG	-1.0174	14.5230	0.398
LHH	-1.0050	14.5635	0.597
LJJ	-1.0476	14.5372	1.031
LKK	-1.0414	14.5182	0.418

5.1.3. Establecimiento del modelo de simulación

Como se planteó en la sec. 3.1.1, pág. 19 y en la sección 4, a partir de la teoría de propagación de ondas y de los valores absolutos de velocidad en la región de estudio, la relación teórica

entre tiempos de arribo (datos) y las coordenadas espacio temporales del foco (determinados por un grupo de parámetros) permiten calcular los tiempos de viaje de las diferentes ondas sísmicas –por ejemplo la onda P– a cada una de las estaciones. El tiempo de viaje de una onda en función de la distancia recorrida (D_i) y de la velocidad de propagación de la onda en cada capa de la tierra (v_P) , y se define como

$$t_i(p) = \frac{D_i}{v_P} = \frac{\sqrt{(X - x_i)^2 + (Y - y_i)^2 + (Z - z_i)^2}}{v_p}$$

donde $v_P = 6,5$ es la velocidad promedio de propagación de la onda P para profundidades entre 0 y 30 km, x_i , y_i y z_i son longitud, latitud y elevación de la i-ésima estación, $t_i(P)$ es el tiempo de recorrido de la onda P (directa) desde X, Y, Z-coordenadas espaciales del sismohasta la i-ésima estación.

De la ecuación anterior, puede formularse la siguiente ecuación lineal para el error en la determinación de las coordenadas espacio temporales del foco,

$$(t_i + e_i - \delta_t)^2 = \frac{(x_i - [X + \delta_x])^2 + (y_i - [Y + \delta_y])^2 - [z_i + (Z + \delta_z)]^2}{v_p^2}$$

donde δ_x , δ_y , δ_z y δ_t son los errores asociados a cada una de las coordenadas epicentrales y e_i es el error cometido al identificar el tiempo de arribo a la i-ésima estación. Este error se asume que tiene distribución normal con media cero y desviación estándar de 0.02 para las lecturas de fases en la Red Regional y de 0.01 para las fases leídas en la red local.

Asumiendo que los errores son pequeños, por tanto sus potencias sucesivas tienden a cero, se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones,

$$\begin{pmatrix} -(x_1 - X) & -(y_1 - Y) & -(z_1 - Z) & D_1 v_p \\ (-x_2 - X) & -(y_2 - Y) & -(z_2 - Z) & D_2 v_p \\ \vdots & & & \\ -(x_n - X) & -(y_n - Y) & -(z_n - Z) & D_n v_p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta_x \\ \delta_y \\ \delta_z \\ \delta_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e_1(D_1 v_p) \\ e_2(D_2 v_p) \\ \vdots \\ e_n(D_n v_p) \end{pmatrix}$$
(5.1)

que en forma matricial puede escribirse como

$$Gm = d$$

Los parámetros de interés están contenidos en el vector $m = [\delta_x \delta_y \delta_z \delta_t]$, y corresponden a la incertidumbre al estimar los parámetros hipocentrales $\chi = (X, Y, Z, T)$ asumiendo un error de lectura y para la configuración de red dada.

5.1.4. Ejecución de la simulación

La implementación del algoritmo de simulación se llevó a cabo usando *Matlab*, que es un lenguaje de alto nivel orientado a operaciones con matrices, con una amplia gama de librerías
disponibles *–toolbox–* en diferentes áreas como estadística (MathWorks, 1997), ingeniería (Etter, 1998), ciencias de la tierra (Middleton, 2000) y cuenta además con excelentes herramientas para la elaboración de gráficas (Nakamura, 1997). La simulación, llevada a cabo mediante el método Monte Carlo, puede considerarse un procedimiento sencillo en el sentido que el proceso sólo tiene un estado, por lo tanto no es necesario definir un tipo de caminata o recorrido entre estados. Sin embargo, la simulación es compleja, en el sentido que es una simulación múltiple (se realizan tantas simulaciones como sismos teóricos hayan en cada malla), usando un algoritmo polinomial de tres niveles. Por ejemplo, el tiempo de ejecución para la Red Regional que consta de 4500 sismos con generación de 800 números aleatorios es de aproximadamente 15 horas en un Athlom de 800 MHz.

Se usó la función [X, Y] = meshgrid(x, y) para generar una malla bidimensional definida por las coordenadas del área de interés.Para la red local, cuyo cubrimiento es local con un área de interés relativamente pequeño (aproximadamente 50 km N-S y 60 km E-W), se generó una malla con separación de 0.02 grados (Fig. 5.1). Para la red de SW, cuyo cubrimiento local



Figura 5.1: Malla para simulación de sismos y distribución de las estaciones, Red local

involucra un rectángulo de alrededor de 270 km (2.5 grados) E-W y 500 km (4.5 grados) N-S, se generó una malla con separación de 0.05 grados (Fig. 5.2, los nombres de las estaciones se pueden ver en la Fig. 2.9). Los nodos en cada malla representan la ubicación de los sismos teóricos que deberán ser localizados por la red existente. Así, para el área cubierta por la Red Regional, se tiene una malla de 50x90 para un total de 4500 sismos teóricos. Para la red local, se tiene una malla de 27x23 para un total de 621 sismos teóricos.



Figura 5.2: Malla para simulación de sismos y distribución de las estaciones, Red Regional

La generación de números aleatorios con distribución normal se llevó a cabo mediante la función $R = normrnd(\mu, \sigma, l, n)$. Esta función genera números aleatorios distribuidos normalmente con parámetros μ y σ , los escalares l y n son el número de líneas y columnas de la matriz R, donde l es el número de estaciones y n es el número de veces que se repite la simulación para cada sismo. μ y σ representan la media y la desviación estándar de la distribución de los errores de lectura, los cuales son influenciados por factores como la tasa de muestreo (mayor en la red local), ruido eléctrico (mayor en la red Regional), rango dinámico de los equipos de adquisición (12 bit para red OSSO, 16 bit para red local), entre otros. Para la Red Regional se escogieron errores con media 0 y desviación estándar 0.02 y para la red local se escogieron errores con media 0 y desviación estándar 0.01.



Figura 5.3: Prueba de normalidad. Superior: función de distribución acumulada para la muestra generada aleatoriamente. Inferior: gráfica de probabilidad normal

Los números aleatorios obtenidos de esta manera tienen los siguientes parámetros: para la red de SW: media = 0.000065, desviación estándar = 0.0046, para la red local: media = 0.0003696, desviación estándar = 0.0024. A esta serie de números generados se les realizaron las pruebas de bondad de ajuste Kolmogorov-Smirnov y la prueba Jarque-Bera (descritas en la sección 3.1.3.2), para determinar estadísticamente si realmente tienen distribución normal con los parámetros anteriormente definidos. El resultado de las dos pruebas no mostraron evidencia para concluir que las dos series de errores no tienen distribución normal, ni para afirmar que la media de ambos grupos de datos es diferente de cero. A continuación se presentan dos gráficas (Fig. 5.3) que muestran que los números generados aleatoriamente tienen

distribución de probabilidades normal.

La solución del sistema lineal Gm = d se llevó a cabo usando el método de regresión lineal múltiple, mediante el uso de la función m = regress(d, G), la cual hace ajuste mediante mínimos cuadrados de d en G, para obtener los valores de m. La función regress obtiene la minimización de la función objetivo resolviendo el sistema de ecuaciones normales mediante descomposición de la matriz G en una matriz triangular superior (R) y una matriz ortogonal (Q) haciendo G = QR (Ver sec. 3.1.2.2).

5.1.5. Ejecuciones de prueba y validación del modelo

Para verificar el desempeño del algoritmo se diseñó una red teórica (Fig. 5.4), conformada por 13 estaciones equiespacidamente distribuidas de manera simétrica con respecto a los límites del área. El área de prueba es un cuadrado de 5 grados por cada lado, dividida por una malla con separaciones de 0.05 grados; de esta manera se obtuvieron 10000 sismos teóricos para analizar.



Figura 5.4: Red teórica para ejecución de prueba. Los puntos azules corresponden a las estaciones sismológicas



Figura 5.5: Distribución del error en longitud-latitud (izq.) y profundidad (derecha) para las diferentes configuraciones de una red hipotética

Con esta red se llevó a cabo la simulación, realizando 30 repeticiones. Los resultados obtenidos (Fig. 5.5, superior) muestran distribución simétrica de los errores en latitud-longitud y profundidad, de acuerdo a lo esperado para una red completamente simétrica como esta.

Posteriormente, se suprimieron 5 estaciones a la red inicialmente propuesta realizando nuevamente la simulación con el mismo número de repeticiones anterior; los resultados obtenidos con esta nueva red corresponden a la gráfica del centro de la figura 5.5.

Finalmente se suprimieron las 4 estaciones de la esquina superior derecha, obteniendo una red asimétrica, sin cubrimiento de 1/4 del área total; los resultados obtenidos para la estimación de la incertidumbre en los parámetros longitud-latitud y profundidad corresponden a la gráfica inferior de la figura 5.5.

Los resultados obtenidos al llevar a cabo la verificación del algoritmo de simulación son satisfactorios en el sentido que muestran cómo la simetría desaparece con la disminución de estaciones, y cómo los errores aumentan cuando hay dispersion o disminución de las mismas.

5.1.6. Diseño del experimento de simulación

El número de muestras del experimento de simulación n determina la precisión de las estimaciones, por lo tanto es necesario tomar un tamaño de muestra suficientemente grande, para de esta manera obtener estimaciones con cierta precisión. Como se planteó en la sección 3.2.2 (pág. 32), la ecuación para determinar el tamaño de muestra está dada por

$$(2z_{\alpha/2}\frac{S}{\sqrt{\epsilon}})^2 \le n \tag{5.2}$$

aquí, la precisión está determinada por ϵ la magnitud del máximo error permisible y por α el nivel de significancia.

Con el objetivo de determinar el número de muestras, la simulación fue realizada con una muestra de tamaño 30, el cual es un tamaño suficiente para obtener una estimación inicial aproximada del error estándar. A partir de esta simulación se obtuvieron los siguientes estadísticos para el parámetro de mayor interés en este caso: los errores relacionados con la determinación conjunta de latitud y longitud δ_{xy} ,

Red	Parámetro	Mínimo (km)	Máximo (km)	Promedio (km)
OSSO	desv. estándar	0.130	10.5	1.06
	Media	0.070	5.60	0.55
Local	desv. estándar	0.076	2.80	0.42
	Media	0.044	1.40	0.23

El tamaño de muestra puede ser determinado con base en la máxima desviación estándar del

parámetro de mayor interés; pero dado que en este caso particular, los valores máximos se encuentran ubicados en los extremos de la malla, siendo valores muy alejados del promedio, se tomará en cuenta el valor promedio de las varianzas máximas de la matriz. Estos valores son, desviación estándar de los máximos para la Red Regional = 2.2 y desviación estándar de los máximos para la red local = 0.9.

El nivel de confianza $(1 - \alpha)$ fue de 0.95 y ϵ se escogió de 0.1 para la Red Regional y de 0.05 para la red local. Con estos valores se obtuvo un tamaño de muestra mínimo de 744 para la Red Regional y de 249 para la red local. Se realizaron 800 y 300 repeticiones de la simulación respectivamente.

5.1.7. Pasos para ejecución de la simulación

Dado que el objetivo de la simulación es determinar, con base en una red existente, las incertidumbres en la determinación de los parámetros hipocentrales (tiempo de origen, latitud, longitud y profundidad) fue necesario determinar el número y la ubicación de los sismos teóricos para cada región de observación (sección 5.1.4); después fue necesario definir el número de repeticiones de cada simulación para conseguir estimaciones a un nivel de confianza y con cierta dispersión aceptables (sección 5.1.6). La ejecución de la simulación se lleva a cabo de la siguiente manera,

- Para cada sismo hipotético, a partir de sus parámetros predefinidos y de las coordenadas de las estaciones, se construye el sistema de ecuaciones descrito en la página 61 (Ec. 5.1), adicionando un error aleatorio en el tiempo teórico de arribo de la onda a cada estación.
- 2. Se construyen las ecuaciones normales y se resuelve el sistema para obtener la desviación del evento teórico con respecto a sus valores absolutos (δ_x , δ_y , δ_z y δ_t). Estos valores son guardados temporalmente.
- 3. Los pasos 1 y 2 se repiten n veces para el mismo sismo (800 veces para la Red Regional, 300 veces para la red local), adicionando cada vez un diferente grupo de errores aleatorios. De esta manera se obtienen n estimaciones de cada δ para ese sismo.
- 4. A partir de las todas las estimaciones, se calcula el promedio para δ_x , δ_y , δ_z y δ_t y la respectiva desviación estándar (S_{δ_x} , S_{δ_y} , S_{δ_z} y S_{δ_t}). La incertidumbre conjunta en latitud-longitud δ_{xy} se determina de ($\delta_{xy} = (\delta_x + \delta_y)/2$) y la respectiva desviación estándar $S_{\delta_{xy}}$ se obtiene de ($S_{\delta_{xy}} = \sqrt{S_{\delta_x}^2 + S_{\delta_y}^2}$)
- 5. Los pasos anteriores se repiten con todos los sismos generados teóricamente para cada red (4500 para la Red Regional y 621 para la red local).

5.1.8. Análisis de los resultados de la simulación

5.1.8.1. Simulación Monte Carlo para la Red Regional

Las siguientes gráficas muestran la estimación Monte Carlo de las incertidumbres δ_{xy} , $\delta_z y \delta_t$ que resultan del error en las lecturas de tiempos de arribo al estimar los parámetros hipocentrales latitud-longitud, profundidad y tiempo de origen con la red actual del OSSO, para sismos que ocurran en el área comprendida entre las longitudes 77.5W y 75.0W y desde las latitudes 1.5N y 6.0N, con profundidades de 5, 30 y 60 km. Se asume que los sismos son suficientemente grandes para que la llegada de la onda P pueda ser medida en todas las estaciones con una precisión definida por la desviación estándar de 0.02 segundos.

Si el tiempo que se demora la onda P en recorrer de manera directa una distancia de 1 km son 6.5 segundos ($v_p = 6.5$ km/s), y el error en la lectura de la llegada de la onda P a cada estación tiene desviación estándar de 0.02 segundos, es posible determinar una relación entre estos dos valores que permitan un punto de comparación entre el error en tiempo y el error en distancia δ_D , este valor puede ser calculado de $\delta_D = v_p * \sigma_t = 0.13 km$.

Sismos teóricos ocurridos a 5 km de profundidad Las figuras 5.6 y 5.7 son el resultado de la simulación realizada con la configuración actual de la Red Regional para sismos que ocurran a una profundidad de 5 km.

La gráfica de incertidumbre en la determinación del tiempo de origen (Fig. 5.6, izquierda) muestra que para sismos que ocurren a 5 km de profundidad en el área ubicada en el centro de la red, cubierta por 7 estaciones con separación promedio entre ellas mayor a 50 km, la incertidumbre al determinar el tiempo de origen tiene menor precisión que la alcanzada en la lectura de los tiempos de arribo (0.03 segundos), valor superior a la desviación estándar del error que se asume se comete al identificar los tiempos de arribo.

En cuanto a la determinación de la profundidad focal (Fig. 5.6, derecha), los resultados se ven mas influenciados por la distancia entre estaciones. En el área en el que en promedio se conservan distancias de alrededor de 50 km entre ellas se tiene un error en la determinación epicentral de 1 km, teniendo errores hasta de 15 km en el margen superior izquierdo del rectángulo, en la dirección opuesta a la orientación de la configuración de la red.

En cuanto al error que se comete al determinar las coordenadas epicentrales de sismos que ocurren a 5 km de profundidad en el área cubierta por el rectángulo (Fig. 5.7, izquierda), puede deducirse que estos parámetros son los mas fuertemente afectadas por la configuración de red, teniendo un error de 0.3 km para el área cubierta por 8 estaciones (72 % de la red), que corresponde a mas de dos veces el valor obtenido anteriormente para δ_D .



Figura 5.6: Distribución del error en la determinación de tiempo de origen (izquierda) y profundidad (derecha) para sismos teóricos ocurridos a 5 km de profundidad.



Figura 5.7: Distribución del error en la determinación de latitud-longitud (izquierda) y desviación estándar de este error (derecha) para sismos teóricos ocurridos a 5 km de profundidad.

Sismos teóricos ocurridos a 30 y 60 km de profundidad La sismicidad asociada a fallas generalmente se presenta a profundidades superficiales inferiores a los 30 km, pero dado que el área monitoreada por la Red Regional presenta actividad sísmica relacionada con la zona Wadati–Benioff (profundidades cercanas a los 50 km) se realizaron dos simulaciones adicionales, una para sismos que ocurren a 30 km y otra para sismos que ocurren a 60 km de profundidad. El resultado de la simulación llevada a cabo para determinar la incertidumbre en la determinación de parámetros hipocentrales de sismos con profundidad de 30 km con la configuración actual de la Red Regional se muestra en las figuras 5.8 y 5.10, mientras que la simulación de sismos que ocurren a una profundidad de 60 km proporciona la distribución de errores que se muestra en las figuras 5.9 y 5.11.

Las curvas de contorno correspondientes a la incertidumbre en la determinación del tiempo de origen para sismos ocurridos a 30 y 60 km (Figs. 5.8 y 5.9, izquierda) tienen un comportamiento similar al visto para sismos que ocurren a 5 km de profundidad, siendo sólo levemente superior para sismos que ocurren a la profundidad mayor (60 km). En cuanto a



Figura 5.8: Distribución del error en la determinación de tiempo de origen (izquierda) y profundidad (derecha) para sismos teóricos ocurridos a 30 km de profundidad.

las gráficas que muestran la distribución espacial de incertidumbres en la estimación de la profundidad focal para sismos a profundidades de 30 y 60 km (Figs. 5.8 y 5.9, derecha) se ve una disminución de los errores con respecto a la figura 5.6 (izquierda); esto se debe a que una red puede observar con menor error sismos que ocurran hasta 0.87 de la distancia entre estaciones, y la Red Regional con separación promedio de 50 km entre estaciones es mas eficiente monitoreando sismos que ocurran a profundidades alrededor de los 40 km, y dado que la distancia mínima entre dos estaciones de esta red es de 26 km (entre ANCC y HOQC), el error en la determinación focal de sismos menores a 10 km involucra desde ya un mayor error en su determinación. Comparativamente, la incertidumbre en la determinación de las tres profundidades focales para el área limitada por la dos estaciones mas lejanas (TATC, al norte y PURC, al sur) varía de 3 km para sismos superficiales a 0.8 km para sismos que ocurran a 60 km de profundidad.

De igual manera como resultaron las curvas de incertidumbre en la determinación de las



Figura 5.9: Distribución del error en la determinación de tiempo de origen (izquierda) y profundidad (derecha) para sismos teóricos ocurridos a 60 km de profundidad.

coordenadas geográficas latitud y longitud para la simulación de sismos que ocurren a 5 km de profundidad, en las simulaciones para sismos a 30 y 60 km de profundidad (Figs. 5.10 y 5.11, izquierda) en el centro de la red se obtuvieron contornos que agrupan las mismas estaciones y cubren áreas idénticas con los mismos valores para el error. Los valores de los contornos en los límites de la red en cambio, disminuyen para eventos de profundidades superiores. El error en la determinación de coordenadas epicentrales para sismos que ocurren a profundidades de 30 y 60 km en el centro de la red, que corresponde al área cubierta por 8 estaciones, es de 0.3 km, valor que equivale a mas de dos veces el valor calculado para δ_D ; este mismo valor se obtuvo para sismos superficiales (10 km) con la diferencia que en ese caso la curva cubre un área mas grande.

De acuerdo a los resultados anteriores hay varias componentes importantes que se pueden destacar,



Figura 5.10: Distribución del error en la determinación de latitud-longitud (izquierda) y desviación estándar de este error (derecha), para sismos teóricos ocurridos a 30 km de profundidad

- 1. Los valores de δ_T , en los tres casos anteriores, son simétricos con respecto a los semi ejes de la red, aunque en dirección N-S los errores empiezan a aumentar a medida que la dispersión entre estaciones aumenta, mientras que en dirección E-W con el mismo ángulo de la orientación de la distribución de la red, los valores de error se conservan pequeños para áreas mas grandes.
- 2. La distribución de valores para δ_Z está en relación directa con la orientación o distribución de las estaciones de la red, la distancia entre estaciones y la profundidad focal.
- 3. La distribución de valores de δ_{XY} muestran cómo la precisión en la determinación de las coordenadas hipocentrales está influenciada por la configuración de las estaciones. Se observa que una configuración como la de la Red Regional, con estaciones alineadas N-S, las cuales suministran información redundante, no son adecuadas para proporcionar una cobertura suficiente en esta dirección, mientras que pocas estaciones ubicadas en sentido E-W podrían ser las que realmente aportan a la solución del problema.



Figura 5.11: Distribución del error en la determinación de latitud-longitud (izquierda) y desviación estándar de este error (derecha) para sismos teóricos ocurridos a 60 km de profundidad.

5.1.8.2. Simulación Monte Carlo para la Red local

A continuación se presentan las gráficas correspondientes a los resultados obtenidos en la simulación realizada con el objetivo de determinar la incertidumbre δ_{xy} , δ_z y δ_t en la estimación de parámetros hipocentrales de 621 sismos teóricos que resultan del error en las lecturas de tiempos de arribo al estimar los parámetros hipocentrales con la configuración actual de la red local. La simulación se realizó para sismos que ocurran a 5 y 10 km de profundidad en el área comprendida entre las longitudes 1.07E y 0.96W y las latitudes 14.496N y 14.586N. Los sismos teóricos son asumidos con llegada de la onda P medida en todas las estaciones con una precisión definida por la desviación estándar de 0.01 segundos.

Aquí se plantea la misma relación que para la Red Regional y se obtiene un valor comparativo para el error en distancia δ_D , este valor fue calculado a partir de $\delta_D = v_p * \sigma_t$ y se obtuvo $\delta_D = 0.065 km$.

Sismos teóricos ocurridos a 5 km de Profundidad Las figuras 5.12 y 5.13 son el resultado de la simulación realizada para sismos teóricos ocurridos a una profundidad de 5 km en una región cubierta por la configuración de la red local actual.

La incertidumbre en la determinación del tiempo de origen para sismos localizados con la red local y que ocurren a profundidades de 5 km en el centro de la red (Fig. 5.12, izquierda), cubiertos por todas las estaciones es de 5 veces la desviación estándar del error cometido al identificar los tiempos de arribo en este caso.



Figura 5.12: Distribución del error en la determinación de tiempo de origen (arriba) y profundidad (abajo), para sismos teóricos a 5 km de profundidad

En cuanto a la incertidumbre en la determinación de la profundidad focal de sismos que

ocurren a 5 km de profundidad (Fig. 5.12, derecha) se observa que está en relación directa con la distribución de estaciones, contrario a lo que ocurre para la incertidumbre en los otros parámetros. El error en la determinación de la profundidad focal para el área cubierta por toda la red es de 0.4 km, lo cual equivale a 6 veces δ_D .

La incertidumbre al determinar las coordenadas epicentrales (Fig. 5.13), se ve mayormente afectada por la configuración de red, presentando una incertidumbre de 0.3 km para el área cubierta por todas las estaciones y de hasta 2.5 km para regiones apartadas de la red y en la misma dirección de la mayor extensión de la red.



Figura 5.13: Distribución del error en la determinación de latitud-longitud (arriba) y desviación estándar (abajo), para sismos teóricos a 5 km de profundidad.

Sismos teóricos ocurridos a 10 km de Profundidad Los resultados de la simulación llevada a cabo para sismos de profundidad 10 km localizados con la configuración de la red local existente se muestran en las figuras 5.14 y 5.15

La incertidumbre en la determinación del tiempo de origen para sismos que ocurren a 10 km de profundidad (Fig. 5.14, izquierda), presenta el mismo comportamiento que para sismos que ocurren a profundidad de 5 km (Fig. 5.12, izquierda), con una diferencia mínima inferior en este caso sólo denotada por la amplitud de las curvas y por el máximo valor en el extremo superior derecho.

En cuanto a la determinación de la profundidad focal, la incertidumbre en este caso también es inferior que la obtenida para sismos ocurridos a 5 km de profundidad, siendo de 0.3 km para la región cubierta por toda la red, que equivale a 4.6 veces δ_D , y para regiones mas apartadas presenta una diferencia en los dos casos de 0.2 km.



En la determinación de los parámetros hipocentrales se observa el mismo comportamiento para sismos ocurridos a una profundidad de 5 km que para los ocurridos a 10 km.

Figura 5.14: Distribución del error en la determinación de tiempo de origen (arriba) y profundidad (abajo), para sismos teóricos ocurridos a 10 km de profundidad.

Para esta red, con base en los resultados obtenidos se destaca,

1. La incertidumbre en la determinación del tiempo de origen, δ_T , en ambos casos es simétrica con respecto al centro de la red, e igual que se encontró en el análisis de resultados para la Red Regional, ésta aumenta en la misma dirección de mayor extensión de la red, proporcionando contornos menores que cubren áreas en sentido opuesto a la dirección de cobertura de la red.



Figura 5.15: Distribución del error en la determinación de latitud-longitud (arriba), y desviación estándar (abajo), para sismos teóricos ocurridos a 10 km de profundidad.

- 2. La distribución de valores para δ_Z está en relación directa con la orientación o distribución de las estaciones de la red, la distancia entre estaciones y la profundidad focal; obteniéndose con esta red una menor incertidumbre para determinar profundidades focales de 10 km.
- 3. Para la red local, la distribución de valores de δ_{XY} muestran que la precisión en la determinación de las coordenadas hipocentrales está fuertemente influenciada por la configuración de las estaciones. Puede observarse que la adición de estaciones o de fases leídas en estaciones en una sola dirección no aportan en la determinación precisa de las coordenadas hipocentrales.

5.1.9. Simulación Monte Carlo para la determinación de la mejor ubicación de una nueva estación

Para la determinación del sitio o los sitios en los cuales una nueva estación podría ayudar a mejorar la calidad de las estimaciones se llevó a cabo una simulación Monte Carlo, basándose en el esquema explicado en la sección anterior. Para esta simulación fue necesario tener en cuenta algunos factores que proporcionen una respuesta óptima en el sentido de los objetivos y de las posibilidades de la red, ahorrando tiempo de ejecución de la simulación.

1. Determinación de áreas -dentro del rectángulo definido previamente- que pueden, por diversos factores como disponibilidad y acceso, ser adecuados para la instalación de una nueva estación.

- 2. Delimitación del área de interés, teniendo en cuenta regiones de mayor actividad sísmica o regiones de mayor interés, a ser monitoreada por la red.
- 3. Determinación de una distancia mínima entre las estaciones existentes y la posición de la posible nueva estación, con el objetivo de disminuir posibilidades y por ende el tiempo de ejecución.

El objetivo de esta simulación es definir como punto óptimo para una nueva estación, el sitio que proporcione el mayor porcentaje de incertidumbres - δ - mínimas.

A continuación se muestran las áreas definidas para cada red y los sitios encontrados como óptimos para la ubicación de una nueva estación.

5.1.9.1. Red local

Con base en los anteriores criterios se definieron dos áreas distintas: una para definir las estaciones, y otra para simular los sismos. Se seleccionó un área en el cual hay posibilidades de instalar estaciones adicionales (Fig. 5.16, región comprendida por el rectángulo azul) y el área de mayor actividad sísmica, la cual en este momento se define como área objetivo para reducir la incertidumbre en la estimación de los parámetros hipocentrales y tiempo de origen (Fig. 5.16, región comprendida por las líneas verdes).



Figura 5.16: Area para selección de sitios para instalación de nuevas estaciones (recuadro azul) y área de interés para monitoreo de actividad sísmica (líneas rojas)

Los resultados de la simulación llevada a cabo para la determinación de los sitios que proporcionan una mejor estimación (en cuanto a disminución del error) de los parámetros hipocentrales se muestran como porcentajes en la figura 5.17. Los puntos negros corresponden a la ubicación de las estaciones.



Figura 5.17: Evaluación de sitios para ubicación de nuevas estaciones, red local. Los valores mas altos corresponden a la mejor ubicación.

5.2. Análisis de errores debidos al modelo de velocidades

5.2.1. Remuestreo Jackknife

Teniendo en cuenta el trabajo realizado por Billings et al. (1994b) en el cual el autor propone que los errores debidos al modelo de velocidades se pueden determinar usando diferentes combinaciones de estaciones, y siguiendo el trabajo de Iversen and Lees (1996) quien se concentra en determinar la validación del modelo de velocidades, determinando estadísticos de influencia mediante remuestreo Jackknife, se busca ahora determinar la influencia del modelo de velocidades usado en la determinación de los parámetros hipocentrales de sismos registrados por la red local. La técnica estadística de remuestreo Jackknife permite estimar pseudo-valores usando diferentes combinaciones de estaciones. Con esta técnica se obtiene una estimación puntual de los parámetros de interés a partir de una muestra de la cual ha sido removido un grupo de datos. En esta aplicación, el procedimiento se lleva a cabo seleccionando un grupo de sismos detectados y localizados por la red local, a los cuales se les remueven observaciones de una estación en cada paso. El objetivo es observar la influencia que ejercen los datos removidos sobre la estimación de los parámetros hipocentrales y el tiempo de origen.

Para llevar a cabo este procedimiento se seleccionó del catálogo de fases de la red local un grupo de sismos con observaciones o lecturas de tiempos de arribo en mas de siete estaciones, para evitar que al eliminar una estación, los resultados puedan ser vistos como debidos a la falta de lecturas mas que a la influencia ejercida por cada estación. Además fue necesario elaborar dos programas: el primero (*extrae.pl*) permite la extracción automática de sismos del catálogo completo, los cuales deben cumplir con la condición del número de estaciones requeridas (en este caso, mínimo 7); al segundo programa (*elimina.pl*) se le entrega una lista de estaciones y la salida obtenida de *extrae.pl*; este programa permite eliminar una a una cada estación del subcatálogo y automáticamente entrega la salida del programa HYPO71 por estación eliminada, la cual contiene las coordenadas hipocentrales y tiempo de origen de cada evento.

Los pasos para la aplicación del remuestreo Jackknife pueden resumirse en:

- 1. Con el programa *extrae.pl*, se seleccionó del catálogo de la red local un grupo de sismos con lectura de tiempos de arribo (P y S) en por lo menos siete estaciones. Se obtuvo un subcatálogo con 76 sismos.
- 2. A cada uno de los sismos del subcatálogo se les determinaron los parámetros hipocentrales y tiempo de origen, mediante el programa HYPO71.

$$\hat{\chi} = (\hat{X}, \hat{Y}, \hat{Z}, \hat{T}) \tag{5.3}$$

3. Con el programa *elimina.pl*, se procedió a eliminar del subcatálogo la estación LAA. Con las observaciones restantes se determinaron para cada sismo los parámetros hipocentrales y tiempos de origen, de esta manera se obtienen los primeros pseudo valores $\hat{\chi}_{(-LAA)}$ que corresponden a la estimación de los parámetros hipocentrales y tiempo de origen obtenidos al eliminar las observaciones de la estación LAA de cada sismo.

$$\hat{\chi}_{(-LAA)} = (\hat{X}_{(-LAA)}, \hat{Y}_{(-LAA)}, \hat{Z}_{(-LAA)}, \hat{T}_{(-LAA)})$$
(5.4)

4. De la misma manera se procede con las restantes estaciones: del subcatálogo completo se eliminan sucesivamente las estaciones LBB, LCC, ..., y cada vez se guardan las estimaciones obtenidas al eliminar cada una de las estaciones. La diferencia entre cada una de estas estimaciones y las obtenidas con el subcatálogo completo muestran la

influencia de la estación eliminada sobre la determinación de los parámetros, de esta manera se obtiene un estadístico de influencia por estación $\hat{\chi}_{-i}$. Así, el estadístico de influencia para la estación LAA es,

$$\hat{\chi}_{-LAA} = n\hat{\chi} - (n-1)\hat{\chi}_{(-LAA)}$$
(5.5)

5. Con el estadístico de influencia para cada estación se calcula el sesgo de los parámetros. Se calcula el promedio de las 76 estimaciones del estadístico de influencia por estación, y sus respectivas desviaciones estándar. Un sesgo igual a cero, significa que la estimación hipocentral no está influenciada por esa estación en particular Iversen and Lees (1996). Por ejemplo, el sesgo para la estación LAA esta dado por,

$$b_{LAA} = \bar{\chi}_{-LAA} - \hat{\chi}$$

5.2.1.1. Resultados en cuanto a dispersión de los sismos

Las gráficas a continuación muestran la variación espacial en la localización de los 76 sismos obtenidas al eliminar secuencialmente las observaciones de cada estación. Los símbolos azules corresponden a la localización obtenida a partir de observaciones en todas las estaciones; los símbolos rojos corresponden a la relocalización del sismo obtenida al eliminar las observaciones de una estación; los cuadros negros corresponden a la ubicación de las estaciones y el cuadro negro relleno corresponde a la estación que fue eliminada (Figs. 5.18, 5.19 y 5.20).

En las figuras 5.18b y 5.19b, correspondientes a la eliminación de las estaciones LGG y LDD respectivamente, ubicadas muy cerca una de la otra, se observa que no hay cambios significativos en la determinación de los parámetros hipocentrales; esto puede ser atribuido a dos cosas: dada una red de estaciones, si en una pequeña región se encuentren estaciones muy cercanas unas a otras (menos de 4 km), cada una de las cuales proporcionan información de esa región, la eliminación de una de ellas no tiene mayor efecto sobre las estimaciones obtenidas con información de las otras; por otro lado, si se trata de observar heterogeneidades en la estructura de velocidades, es posible que ésta sea la misma para la región correspondiente a las tres estaciones, por tanto al eliminar sólo una de ellas se continua teniendo la influencia o el error proporcionado por las otras estaciones.

En la figura 5.18a se presentan los resultados obtenidos al eliminar la estación LMM -estación más alejada en dirección Norte. Debido a que esta estación proporciona mayor amplitud de la red en sentido N–S, se espera que su ausencia produzca la mayor variación en las estimaciones los parámetros de los sismos que ocurren fuera de la cobertura de la red. Esto coincide con un resultado planteado en la sección anterior, en el sentido que las estaciones que extienden la red en sentido N-S son las que más aportan a la disminución del error en la determinación de los parámetros hipocentrales de los sismos que ocurren mas alejados de las estaciones; mientras que en la figura 5.20b, se observa que al eliminar las observaciones de la estación LCC -estación mas alejada en sentido E–W- la variación en la estimación de los diferentes parámetros es menor.



Figura 5.18: Ubicación espacial de los sismos, a. sin observaciones de la estación LMM, b. sin observaciones de la estación LGG



Figura 5.19: Ubicación espacial de los sismos, a. sin observaciones de la estación LBB, b. sin observaciones de la estación LDD



Figura 5.20: Ubicación espacial de los sismos, a. sin observaciones de la estación LFF, b. sin observaciones de la estación LCC

Con los resultados anteriores es muy difícil concluir algo con respecto a lo inapropiado o no del modelo de velocidades especificado y usado para esta región, ya que sobresale la influencia de otros factores como la distribución de las estaciones con respecto a los distribución de los sismos. Por lo tanto, a partir del catálogo completo, se seleccionó un nuevo grupo de sismos con registro en 6 o mas estaciones, que pertenezcan a cúmulos bien definidos, y por lo tanto presenten menor dispersión hipocentral. De acuerdo al procedimiento explicado en la sección anterior (pag. 82), se obtuvo un subcatálogo con 162 sismos.

A continuación se muestra la variación espacial en la localización de estos sismos debidos a la eliminación de observaciones de las diferentes estaciones. Los símbolos azules corresponden a la localización realizada teniendo observaciones de todas las estaciones; los símbolos rojos corresponden a la relocalización del evento sin observaciones de la estación correspondiente, los cuadros negros corresponden a la ubicación de las estaciones, el cuadro negro relleno corresponde a la estación eliminada (Figs. 5.21, 5.22 y 5.23).

La eliminación de las estaciones LBB y LDD (Figs. 5.22 a y b respectivamente), produce la mayor variación espacial de los sismos relocalizados con respecto a las localizaciones obtenidas usando todas las observaciones.



Figura 5.21: Ubicación espacial de los sismos, a. sin observaciones de la estación LMM, b. sin observaciones de la estación LGG



Figura 5.22: Ubicación espacial de los sismos, a. sin observaciones de la estación LBB, b. sin observaciones de la estación LDD



Figura 5.23: Ubicación espacial de los sismos, a. sin observaciones de la estación LFF, b. sin observaciones de la estación LCC

5.2.1.2. Sesgo por estación en cada uno de los parámetros

Los resultados de aplicar remuestreo Jackknife con el objetivo de observar la influencia que ejerce cada estación en la estimación de los parámetros hipocentrales, permiten determinar si

la estructura de velocidades asumida para la región correspondiente a la estación es adecuada o no (Iversen and Lees, 1996). El sesgo, es decir la diferencia entre las estimaciones obtenidas usando la muestra completa (observaciones de todas las estaciones) y las estimaciones obtenidas eliminando una estación a la vez, es el indicador de lo adecuado del modelo de velocidades. Este valor fue calculado para el segundo grupo de sismos (162), para cada uno de los sismos y para cada uno de los parámetros (Fig. 5.24).

La figura 5.24 muestra los intervalos de confianza a un nivel de significancia del 99 % para el sesgo promedio obtenido para cada uno de los parámetros a partir de las diferentes muestras. El sesgo promedio por estación corresponde a los puntos azules en cada gráfica y los límites inferior y superior de los intervalos de confianza están denotados por las barras horizontales conectadas por una línea vertical.

Los intervalos de confianza para el parámetro longitud son mostrados en la Figura 5.24a; se observa que 7 estaciones tienen sesgos cuya distribución es significativamente diferente de cero, a excepción de las estaciones LBB, LCC y LJJ. En cuanto al parámetro latitud (Fig. 5.24b), 3 estaciones tienen una distribución del sesgo significativamente diferente de cero, que corresponde a las estaciones LEE, LFF y LKK. Con respecto al parámetro profundidad (Fig. 5.24c), 7 estaciones presentaron sesgos significativamente diferentes de cero.

En conjunto se tiene que las estaciones que presentaron estadísticos de influencia significativamente diferentes de cero en los tres parámetros son la estaciones LFF y LKK. La única estación que no mostró influencia en ninguno de los parámetros es la estación LBB, aunque esta estación mostró también mayor dispersión de los eventos al ser relocalizados sin sus observaciones (Fig. 5.22a). Los dos resultados anteriores pueden ser explicados ya que la estación LBB es una estación importante en la determinación hipocentral de los cúmulos analizados dada su ubicación espacial, que al ser eliminada deja un área bastante grande sin cubrir; la dispersión vista en la distribución espacial (Fig. 5.22a) se refleja en el ancho de los intervalos de confianza obtenidos para el sesgo de los tres parámetros para esta estación (Fig. 5.24); además puede concluirse que el modelo de velocidades actualmente usado describe muy bien la estructura sobre la cual esta estación está ubicada. En general y como se había mencionado anteriormente, si el modelo de velocidades asumido para la región es correcto, el sesgo debe ser estadísticamente cero. Los resultados obtenidos con este método proporcionan evidencia para decir que el modelo de velocidades actualmente utilizado difiere de la estructura real principalmente en el occidente donde se encuentran ubicadas las estaciones LFF y LKK.



Figura 5.24: Intervalos de confianza para el sesgo por estación y para cada uno de los parámetros hipocentrales

CONCLUSIONES

El análisis de la configuración espacial de las dos diferentes redes -una local y otra regional-, mediante el método Monte Carlo arrojan aproximadamente las mismas conclusiones aunque a diferente escala. El término cobertura usado mas adelante, se refiere a las regiones dentro de los limites definidos por las estaciones de la correspondiente red.

- La profundidad focal es el parámetro más afectado por la distribución de las estaciones. Se observó que el diseño actual de la red del OSSO es mas apropiado para localizar con mayor precisión sismos que ocurran a profundidades de 30 y 60 km, mientras que para sismos superficiales, el error puede ser mayor de 5 km para eventos que ocurran fuera de la cobertura de la red. Por otro lado, el error en la determinación de la profundidad focal de sismos superficiales localizados con la red local es de 0.5 km para sismos ocurridos en los límites del área de interés definido previamente. De manera general, se observa que la incertidumbre de este parámetro está directamente relacionada con la orientación o distribución de las estaciones, la distancia entre estaciones y la profundidad focal que se está estimando.
- Los contornos obtenidos para la incertidumbre en la determinación de los parámetros latitud-longitud y tiempo de origen son simétricos con respecto a los semi ejes de la red, y en general, aumentan a medida que la separación entre estaciones aumenta, mientras que en la dirección opuesta a la orientación de la distribución de la red, los contornos de error conservan pequeños valores en áreas mas grandes.
- La distribución de valores de δ_{XY} muestran cómo la precisión en la determinación de las coordenadas hipocentrales está influenciada por la configuración de las estaciones. Se observa que una configuración como la de la red del OSSO, con estaciones alineadas N-S, las cuales suministran información redundante, no son adecuadas para proporcionar una cobertura suficiente en esta dirección, mientras que pocas estaciones ubicadas en sentido E-W podrían ser las que realmente aportan a la solución del problema.

Con respecto al análisis llevado a cabo para verificar si el modelo de velocidades asumido para la región cubierta por la red local es adecuado o no, se puede concluir,

El método de remuestreo Jackknife -al igual que cualquier otro método de muestreo o
remuestreo- es eficiente si el número de observaciones es grande. Para el caso aquí analizado se usaron finalmente un número mínimo de estaciones con observaciones igual
a 6 y máximo igual a 10. Este número es relativamente pequeño para aplicar la técnica
de remuestreo.

- El primer grupo de sismos analizado, con observaciones en al menor 7 estaciones, no cumplió con el objetivo de permitir analizar deficiencias locales del modelo debido a la dispersión de los sismos, ya que esto introduce factores adicionales.
- Los resultados obtenidos con este método permiten mostrar evidencia estadística para afirmar que el modelo de velocidades asumido para la región en la cual se encuentran ubicadas las estaciones de la red local, no está especificado de acuerdo a la estructura real de la región. Sin embargo, dado que los valores obtenidos para los intervalos de confianza del sesgo en los parámetros latitud (-0.002, 0.001 grados) y longitud (-0.003, 0.003 grados), lo cual da un valor máximo de 300 metros (1/10 de la mínima separación entre estaciones de esta red), puede afirmarse que el modelo de velocidades actualmente usado aunque no es estadísticamente exacto a la estructura real, es suficientemente apropiado para la región.

BIBLIOGRAFÍA

- K. Aki and P. G. Richards. *Quantitative seismology. Theory and methods*, volume I,II. W.H. Freeman and Company, 1 edition, 1980.
- K. R. Anderson. Robust earthquake location using m estimates. *Phys. Earth. Planet Int.*, 30: 119–130, 1982.
- D. C. Baird. *Experimentación: una introducción a la teoría de mediciones y al diseño de experimentos.* Prentice Hall, 2 edition, 1991.
- S. D. Billings. Simulated annealing and earthquake location. *Geophys. J. Int.*, 118:680–692, 1994.
- S. D. Billings, B. L. Kennett, and M. S. Sambridge. Hypocentre location: genetic algorithms incorporating problem specific information. *Geophys. J. Int.*, 118:693–706, 1994a.
- S. D. Billings, M. S. Sambridge, and B. L. Kennett. Errores in hypocenter location: picking, model and magnitude dependence. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 84:1978–1990, December 1994b.
- B. A. Bolt. Terremotos. Editorial Reverté, 1 edition, 1981.
- R. Buland. The mechanics of locating earthquakes. Bull. Seism. Soc. Am., 66:173–187, 1976.
- B. Calderón. Introducción a la simulación. ASIDUA, 1 edition, 1980.
- G. C. Canavos. *Probabilidad y estadística. Aplicaciones y métodos*. Mc Graw Hill, 1 edition, 1988.
- S. C. Chapra and R. P. Canale. *Numerical methods for engineers*. Mc Graw Hill, 3 edition, 1999.
- M. Cleve. Random thoughts. Matlab News Notes, 1:1-13, 1995.
- R. D. Van der Hilst and E. R. Engdahl. Step wise relocation of isc earthquake hypocenters for linearised tomographic imaging of slab structure. *Phys. Earth and Planet*, 1992.
- A. Douglas. Joint hypocenter determination. Nature, London, pages 47-48, 1967.
- N. Drakos. Introduction to Monte Carlo methods. Comp. Sci. Edu. Proj., csep1.phy.ornl.gov/mc/mc.html, 1 edition, 1995.
- N. R. Draper and H. Smith. Applied Regression Analysis, volume 58. Wiley, 1981.
- D. M. Etter. Solución de problemas de ingeniería con Matlab. Prentice Hall, 2 edition, 1998.
- R. De Franco and G. Musacchio. Polarization filter with singular value decomposition. *Geophysics*, 66(3):932–938, June 2001.

- H. Freedman. Seismological measurements and measurement error. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 58(4):1261–1271, August 1968.
- M. García. Precisión relativa de la red sísmica española en la localización de terremotos de la región ibérica. *Rev. de Geofísica*, 42:3–8, 1986.
- C. F. Gerald. Análisis Numérico. Alfaomega, 2 edition, 1991.
- H. K. Gupta, D. Skoko, and Y. Sato. Accuracy of determination of epicenter and origin time of small magnitude earthquakes in the indian subcontinent. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 63(6): 1901–1912, December 1973.
- J. Havskov and G. Alguacil. *Instrumentation in earthquake seismology*. University of Bergen and University of Granada, orfeus.knmi.nl/other.services/ seismology.educational.shtml, 1 edition, 2001.
- J.R. Hilera and V.J. Martinez. *Redes neuronales artificiales*. Addison Wesley Iberoamericana, 1 edition, 1995.
- E. S. Iversen and J. M. Lees. A statistical technique for validating velocity models. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 86(6):1853–1862, December 1996.
- J.N. Kellogg and V. Vega. Tectonic development of panama, costa rica, and the colombian andes: Constraints from global positioning system geodetic studies and gravity. *Geologic and Tectonic Development of the Caribbean plate boundary in southern Central America, GSA special paper*, pages 75–90, 1995.
- T. Lay and T. C. Wallace. *Moderm global seismology*, volume 58. Academic press, 1995.
- W. H. K. Lee and J. C. Lahr. HYPO71: A computer program for determinig hypocenter, magnitude, and first motion pattern of local earthquakes. US Geological survey, California, 1975.
- W. H. K. Lee and S. W. Stewart. *Principles and applications of microearthquake networks*. Academic Press, New York, 1981.
- A. Lomax, J. Virieux, P. Volant, and C. Berge-Thierry. Probabilistic earthquake location in 3D and layered models: Introduction of a Metropolis-Gibbs method and comparison with linear locations, volume 18 of Modern approaches in geophysics, chapter 5, pages 101–134. Kluwer Academic, 2000.
- R. Luthe, A. Olivera, and F. Schutz. Métodos Numéricos. Limusa, 3 edition, 1982.
- N. Magotra, N. Ahmed, and E. Chael. Seismic event detection and source location using single station (three component) data. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 77(3):958–971, June 1987.
- MathWorks. *Statistic Toolbox User's guide. For use with Matlab.* The MathWorks, Natick, Masachusets, 1997.

- W. Mendenhall and T. Sincich. *Statistics for engineering and the sciences*. Prentice Hall, 4 edition, 1997.
- W. Menke. *Geophysical data analysis. Discrete inverse theory*. Academic Press, 1 edition, 1984.
- G. V. Middleton. *Data analysis in the Earth sciences using Matlab*. Prentice Hall, 1 edition, 2000.
- T. J. Mitchell. An algorithm for the construction of d-optimal experimental designs. *Technometrics*, 16:203–210, 1974.
- K. Mosegaard, S. C. Singh, D. Snyder, and H. Wagner. Monte carlo analysis of seismic reflections from moho and the w-reflector. *J. Geophys. Res.*, 102:2969–2981, 1997.
- K. Mosegaard and A. Tarantola. Monte carlo sampling of solutions to inverse problems. J. *Geophys. Research*, 100(B7):12431–12447, July 1995.
- K. Mosegaard and A. Tarantola. *Int. Handbook of Earthquake Engineering Seismology*, chapter Probabilistic approach to inverse problems. Academic press, 2000.
- S.Ñakamura. Análisis numérico y visualización gráfica con Matlab. Prentice Hall, 1 edition, 1997.
- G. L. Pavlis. Appraising earthquake hypocenter location errores: a complete, practical approach for single event locations. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 76(6):1699–1717, December 1986.
- W. Press, S. Teukolsky, W. Vetterling, and B. Flannery. *Numerical recipes in C*. Cambridge university press, 2 edition, 1997.
- N. Rabinowitz. *Hypocenter location using a constrained nonlinear simplex minimization method*, volume 18 of *Modern approaches in geophysics*, chapter 2, pages 23–49. Kluwer Academic, 2000.
- N. Rabinowitz and D. M. Steinberg. Optimal configuration of a seismographic network: a statistical approach. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 80:187–196, 1990.
- E. Rich and K. Knight. Inteligencia Artificial. Mc Graw Hill, 2 edition, 1994.
- D. Rios, S. Rios, and J. Jiménez. *Simulación. Métodos y aplicaciones*. Alfaomega, 1 edition, 2000.
- W. Rodi and M.Ñ. Toksoz. Uncertainty analysis in seismic event location. *Seismic research review*, pages 324–332, October 2001.
- S. M. Ross. Simulación. Prentice Hall, 2 edition, 1999.
- R. Y. Rubinstein. Simulation and the Monte Carlo method. Wiley, 1 edition, 1981.
- M. S. Sambridge and B. L. Kennett. Seismic event location: nonlinear inversion using a neighbourhood algorithm. *Pure appli. geophys.*, (158):241–257, 2001.
- A. Sarria. Ingeniería sísmica. Editorial Uniandes, 3 edition, 1990.
- J. A. Scales and L. Tenorio. Prior information and uncertainty in inverse problems. *Geophysics*, 66(2):389–397, March 2001.
- P. M. Shearer. Introduction to seismology. Cambridge university, 1 edition, 1999.
- D. M. Steinberg, N. Rabinowitz, Y. Shimshoni, and D. Mizrachi. Configuring a seismographic network for optimal monitoring of fault lines and multiple sources. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 85(6):1847–1857, Diciembre 1995.
- A. Tarantola and B. Valette. Generalized nonlinear inverse problems solved using the least squares criterion. *Rev. Geophys. and Space Phys.*, 20(2):219–232, May 1982a.
- A. Tarantola and B. Valette. Inverse problems. quest for information. J. Geophys., 50:159–170, 1982b.
- R. A. Uhrhammer. Analysis of small seismographic station networks. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 70:1369–1379, August 1980.